

ÉCOULEMENT AUTOUR D'UN DISQUE ROTATIF D'UNE COLONNE D'EXTRACTION LIQUIDE-LIQUIDE

Mohammed LAMECHE¹, Abdelkader NOUREDDINE²

L'étude d'un écoulement monophasique et diphasique d'un fluide dans un segment d'un contacteur de disque rotatif (RDC) d'une colonne d'extraction liquide-liquide ayant un diamètre nominale de 450 mm a été réalisée numériquement grâce au code commercial ANSYS-CFX. La validation a été faite sur la base d'une confrontation de nos résultats à ceux obtenus par la PIV (Particle Image Velocimetry). Notre contribution a consisté à tester la prédiction de la CFD de la réalité du système industriel. A cet effet différents modèles de turbulence ont été utilisés dans le cadre de ces simulations d'écoulements monophasiques et diphasiques. Les résultats obtenus à partir de cette étude sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. Ceci montre bien que la vitesse de l'écoulement peut être adoptée pour évaluer les performances et optimiser le design de la colonne. Cette étude suggère également que "ANSYS-CFX" peut être utilisé en toute sécurité pour la prédiction des phénomènes liés à ce type d'écoulements tournants à une échelle industrielle.

Mots clés: CFD, rotation, ANSYS-CFX, PIV, turbulence.

1. Introduction

L'extraction liquide-liquide est un système multiphasique et un procédé de séparation basé sur la distribution de différents composants séparables entre deux phases liquides ou plus. Cette opération unitaire est largement applicable dans l'industrie pétrochimique, biochimique, et pharmaceutique [1-3]. On trouve donc plusieurs types de colonnes différentes les unes des autres et les plus utilisées ont une agitation mécanique (ex : Contacteur de disque rotatif (RDC)) ou pulsée [1,4]. Le choix de l'équipement dépend toujours des connaissances du fabricant et des méthodes et / ou modèles simplifiés [5,6]. Ces modèles sont très simples, les fabricants sont principalement basés sur l'expérience et les modèles empiriques ou semi-empiriques. Par conséquent, cela nécessite un facteur de consommation de temps et d'argent et des risques supplémentaires, par contre, la CFD est économique et sûre [6].

¹Doctorant, Dept de G. Méch, Laboratoire de Mécanique Appliquée (LMA), Université des Sciences et de la technologie d'Oran Mohamed Boudiaf, Alegria, E-mail: lameche.mohammed@gmail.com

²Prof, Dept de G. Méch, Laboratoire de Mécanique Appliquée (LMA), Université des Sciences et de la technologie d'Oran Mohamed Boudiaf, Alegria, E-mail: redkanour@yahoo.fr

Dans le domaine de l'extraction liquide-liquide, la CFD a fait des progrès pour ce type d'équipement, les recherches sont basées sur l'étude de l'écoulement monophasique et diphasique. L'écoulement monophasique a permis d'approfondir la connaissance des paramètres de la phase continue, telles que les énergies turbulentes et la vitesse de l'écoulement. Ce dernier paramètre donne une efficacité et une évolution du transfert de masse dans ce type d'équipement [5-7]. Concernant l'écoulement diphasique, plusieurs modèles mathématiques sont utilisés [8]. Le modèle eulérien-eulérien est adapté aux fractions de volume élevé de la phase dispersée et varie considérablement par rapport à la phase continue; celui-ci est devenu un modèle standard pour résoudre les problèmes des colonnes d'extraction tels que la vitesse de l'écoulement [5,6]. Le modèle eulérien-lagrangien est idéal pour les valeurs de grandes fractions volumiques entre les deux phases. Il est principalement appliqué pour déterminer la distribution du temps de séjour [5, 9, 10] mais la phase dispersée ne doit pas dépasser 10% du débit volumique total [8]. Récemment, Drumm [6] a appliqué la Finite Point Method (FPM) qui est basée sur une description eulérienne-lagrangienne de la phase continue et de la phase dispersée. Cela ne nécessite pas de génération longue de maillage géométrique.

L'objectif principal de ces travaux numériques est d'étudier la vitesse de l'écoulement, les énergies turbulentes et d'autres paramètres caractérisant ce type d'écoulement [8, 11,12]. Les résultats des simulations ont été comparés à ceux obtenus expérimentalement, que ce soit avec les mesures réalisées à l'aide de la vélocimétrie par image de particules (PIV) [13-15] ou par vélocimétrie laser Doppler (LDV) ou par anémométrie laser Doppler (LDA) [13,15]. Les expériences et les études numériques susmentionnées ont été toutes réalisées à l'échelle pilote ou à l'échelle du laboratoire avec un diamètre nominal (DN) allant jusqu'à 150 mm. A l'échelle industrielle, très peu de simulations de CFD ont été réalisées en raison de la charge de calcul élevée de ce type d'écoulement.

L'application de la CFD a été réalisée à l'aide du logiciel commercial ANSYS-CFX pour une colonne d'extraction liquide-liquide de type RDC à une échelle industrielle. La dynamique des fluides de la phase continue a été calculée en résolvant les équations de Navier-Stokes. Pour la modélisation du système à deux phases, une approche eulérienne-eulérienne à deux fluides a été utilisée. Pour les simulations de systèmes diphasiques, il est préférable de simuler d'abord le système monophasique (phase continue) et de le valider avec les données expérimentales, puis d'ajouter la deuxième phase qui est une phase dispersée (gouttes) et à contre-courant. Cette approche très efficace peut être adoptée pour évaluer la performance et optimiser la conception de la colonne [16]. L'installation étudiée comporte trois grands compartiments d'extraction liquide-liquide, son diamètre nominal (DN) est de 450 mm et l'étude a été réalisée pour différentes vitesses de rotation et différents modèles de turbulence. Les résultats numériques

ont été comparés aux données expérimentales [6]. Notre objectif est d'étudier le comportement du fluide dans le compartiment à partir de la prédiction la vitesse de l'écoulement de la colonne RDC. C'est un paramètre déterminant de la performance et de la conception de la colonne d'extraction. Nous avons également calculé la fraction volumique et fait une confrontation avec les données expérimentales.

2. Méthodologie

Les simulations de la CFD réalisées sur la colonne de type RDC à une échelle industrielle à l'aide de ANSYS-CFX [17] en appliquant deux types de modèles de turbulence : le standard k-ε et le RNG k-ε. Cette étude a été réalisée en utilisant différents choix de maillage avec les conditions aux limites pertinentes. Une fois qu'un maillage correct a été défini, des simulations ont été effectuées pour étudier la vitesse d'un écoulement monophasique et diphasique. Les résultats numériques ont été confrontés à ceux obtenus expérimentalement par Drumm [6].

2.1 Équations Gouvernantes

L'écoulement monophasique (phase continue) a été calculé en résolvant les équations de Navier-Stokes de Reynolds [17,20]. En ce qui concerne l'écoulement diphasique, une approche à deux fluides (eulérien-eulérien) est utilisée, les équations mathématiques pour chaque phase sont les suivantes [8,17]:

L'équation de continuité:

$$\frac{\partial(\alpha^k \rho^k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha^k \rho^k U^k) = 0 \quad (1)$$

ρ est la densité, et U est la vitesse de l'écoulement.

L'équation de bilan de quantité de mouvement:

$$\frac{\partial(\rho^k \alpha^k U^k)}{\partial t} + \nabla \cdot \{\rho^k \alpha^k U^k \otimes U^k\} = -\alpha^k \nabla P^k + \nabla \cdot \tau^k + \Sigma F^k \quad (2)$$

où P est la pression, τ est le tenseur des contraintes et ΣF^k représente plusieurs forces introduites dans un écoulement diphasique. Chaque phase est caractérisée par la fraction volumique α^k qu'elle occupe. Ainsi, l'équation de contrainte sur les fractions volumiques est:

$$\sum_{k=1}^N \alpha^k = 1 \quad (3)$$

Dans notre cas il y a la force gravitationnelle et celle de l'interface qui est composée de différents mécanismes d'échange dynamique, seule la force de traînée a été prise en compte [17]. L'équation de conservation de l'énergie est négligée dans le cas de cette étude. Le modèle standard $k-\varepsilon$ est basé sur le concept de viscosité turbulente. Il suppose que les contraintes de Reynolds peuvent être exprimées en termes de gradients de vitesse moyenne et de viscosité turbulente. Deux équations de conservation ont été retenues : celles de l'énergie cinétique turbulente k et du taux de dissipation turbulente [16, 18, 21]. Le modèle RNG $k-\varepsilon$ a été développé en utilisant des méthodes de Re-Normalisation Group (RNG) par Yakhot et al [18] pour ré-normaliser les équations de Navier-Stokes, pour tenir compte des effets des plus petites échelles de mouvement. Dans le modèle standard $k-\varepsilon$, la viscosité turbulente est déterminée en fonction d'une seule échelle de longueur de turbulence. Ainsi la diffusion turbulente calculée est celle qui se produit uniquement à l'échelle spécifiée alors qu'en réalité toutes les échelles de mouvement y contribuent. L'approche RNG donne une forme modifiée de l'équation ε qui tente de rendre compte des différentes échelles de mouvement par des changements dans le terme de production. Les équations de transport et du taux de dissipation turbulent sont similaires à celles du modèle standard $k-\varepsilon$, mais les constantes de ce modèle sont différentes [16, 18, 21].

2.2 Code de simulation

ANSYS-CFX est un code de simulation basé sur la résolution des équations de la dynamique des fluides. Nous avons considéré un débit d'eau de 1000 l/h et une densité de 1000 kg/m^3 pour l'écoulement monophasique. L'écoulement diphasique a un débit de 500 l/h pour chaque phase, la phase continue (chlorure de calcium) et la phase dispersée (eau-butylacétate) a une densité et une viscosité dynamique respectivement de 1300 kg/m^3 et $0,02 \text{ kg/ms}$ et de 880 kg/m^3 et $0,00074 \text{ kg/ms}$ respectivement.

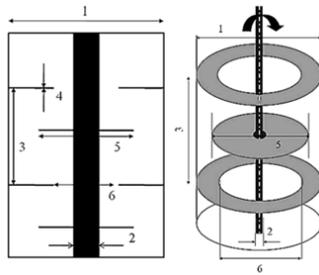


Fig. 1. Géométrie de la colonne RDC [6].

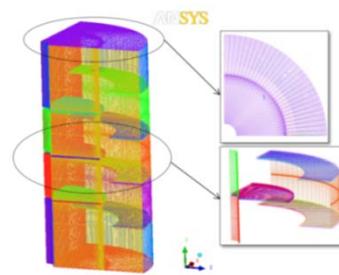


Fig. 2. Maillage de la colonne RDC.

La figure 1 et le tableau 1 représentent respectivement la géométrie et les dimensions de la colonne RDC. Une vue en coupe en trois dimensions avec trois

compartiments utilisant un maillage Hexa structuré a été appliquée (figure 2 et figure 3).

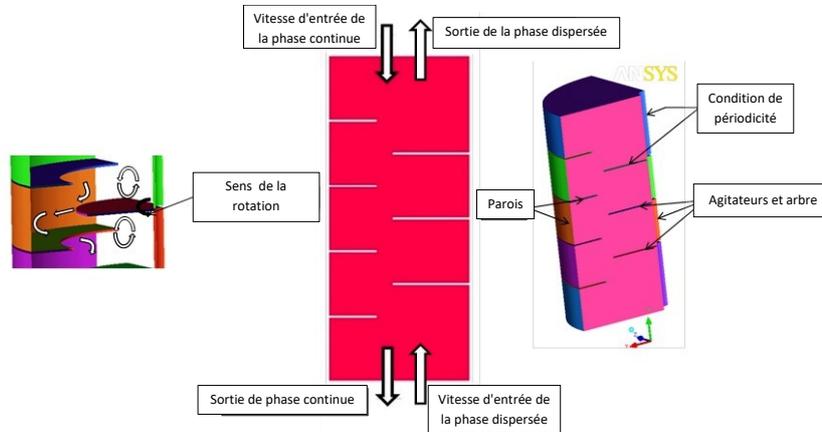


Fig. 3. Les conditions aux limites

Tableau 1

Dimensions de la géométrie de la colonne RDC [6].

	RDC DN 450	
1	Diamètre de la colonne (mm)	450
2	Diamètre de l'arbre (mm)	54
3	Hauteur du compartiment (mm)	90
4	Hauteur de l'agitateur /stator (mm)	3
5	Diamètre de l'agitateur (mm)	270
6	diamètre intérieur du stator (mm)	315

En ce qui concerne les conditions aux limites, le domaine de calcul pour l'écoulement monophasique est un domaine tournant et un régime permanent, différentes vitesses de rotation ont été appliquées: 50 tr/min, 150 tr/min et 300 tr/min et deux modèles de turbulence: Standard $k-\varepsilon$ et RNG $k-\varepsilon$. À l'entrée du domaine, la vitesse est de 0,00175 m/s avec une faible intensité de la turbulence ($I = 1\%$). A la sortie une pression statique est imposée dont la valeur est de 1 atmosphère. Les parois sont déclarées fixes et lisses et leur influence sur l'écoulement est considérée comme une condition antidérapante (No-slip). Les parois mobiles (agitateurs et arbre) sont déclarées des parois rotatives, une condition aux limites périodiques est supposée à gauche et à droite du domaine de calcul (figure 3). Les conditions aux limites de l'écoulement diphasique sont les mêmes, sauf que nous avons un contre-courant de l'écoulement et deux vitesses d'entrée du domaine, une du haut de la colonne pour la phase continue $v_c = 0,000985$ m/s et l'autre du bas de la colonne pour la phase dispersée $v_d = 0,0089$ m/s. A la sortie, deux pressions statiques sont imposées à savoir une atmosphère chacune, l'une en bas et l'autre en haut de l'équipement pour chaque phase. Une fraction de volume de 10% et une taille de goutte de 3 mm ont été

appliquées à l'entrée de la phase dispersée, cette dernière étant basée sur le diamètre moyen de Sauter estimé par les données expérimentales [6]. Deux vitesses de rotation: 100 tr/min et 300 tr/min sont appliquées pour l'ensemble du domaine de l'écoulement diphasique (Figure 3). Dans le solveur, nous avons défini un schéma de haute précision et les itérations se terminent lorsque le résidu moyen est inférieur à 10^{-5} pour un écoulement monophasique et 10^{-4} pour un écoulement diphasique. Les équations du mouvement de l'écoulement sont résolues par la méthode des volumes finis [22, 23] en utilisant un algorithme itératif basé sur un couplage vitesse-pression. Cet algorithme présente une très grande stabilité et permet une bonne convergence proposé par ANSYS [18].

Tableau 2

Nombre d'éléments de maillage pour différents modèles de turbulence.

	Stand k-ε	RNG k-ε
Maillage 1	159191	156757
Maillage 2	346653	355852
Maillage 3	526399	535392
Maillage 4	603433	625883

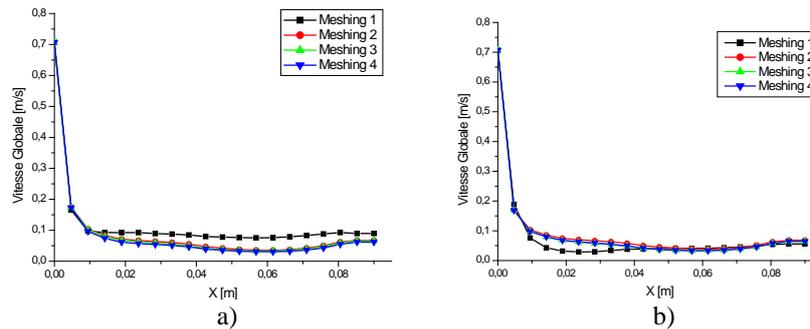


Fig. 4. Validation du maillage avec standard k-ε (a) et RNG k-ε (b), $N = 50$ tr/min, dans un écoulement monophasique.

2.3 Choix de maillage

Les simulations numériques n'étant que des approximations donc l'analyse de la qualité du maillage et son influence sur les résultats constitue un point fondamental qui mérite une attention particulière. Les maillages sont générés avec le code ICEM (Figure 2), quatre mailles ont été testées pour chaque modèle de turbulence dans un écoulement monophasique et le nombre d'éléments formant chaque maille est décrit dans le tableau 2. La variation de la vitesse globale (vitesses axiale, radiale et tourbillonnaire) est illustrée par la figure 4 et ce présentée pour chaque modèle de turbulence en fonction de la distance entre le bord de l'agitateur et la paroi de la colonne. La distance y^+ à tous les nœuds de la paroi a été surveillée lors de la simulation afin de prédire l'écoulement du fluide

près de celle-ci pour chaque modèle de turbulence, tout en veillant à ce que la valeur y^+ du nœud proche de la paroi reste entre 20 à 100 [18]. Il est clair que le raffinement du maillage n'a pas d'influence significative sur la solution à partir du troisième maillage, il donne de meilleurs résultats dans le cas de l'extracteur RDC. Par conséquent, le troisième maillage pour tous les modèles sera sélectionné pour l'étude la vitesse de rotation de l'écoulement dans la colonne RDC.

3. Résultats et discussions

Ces résultats ont été comparés par la suite avec les mesures expérimentales obtenues par la PIV, la vitesse est calculée à partir des coordonnées axiales (x) et radiales (z) :

$$U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2} \quad (4)$$

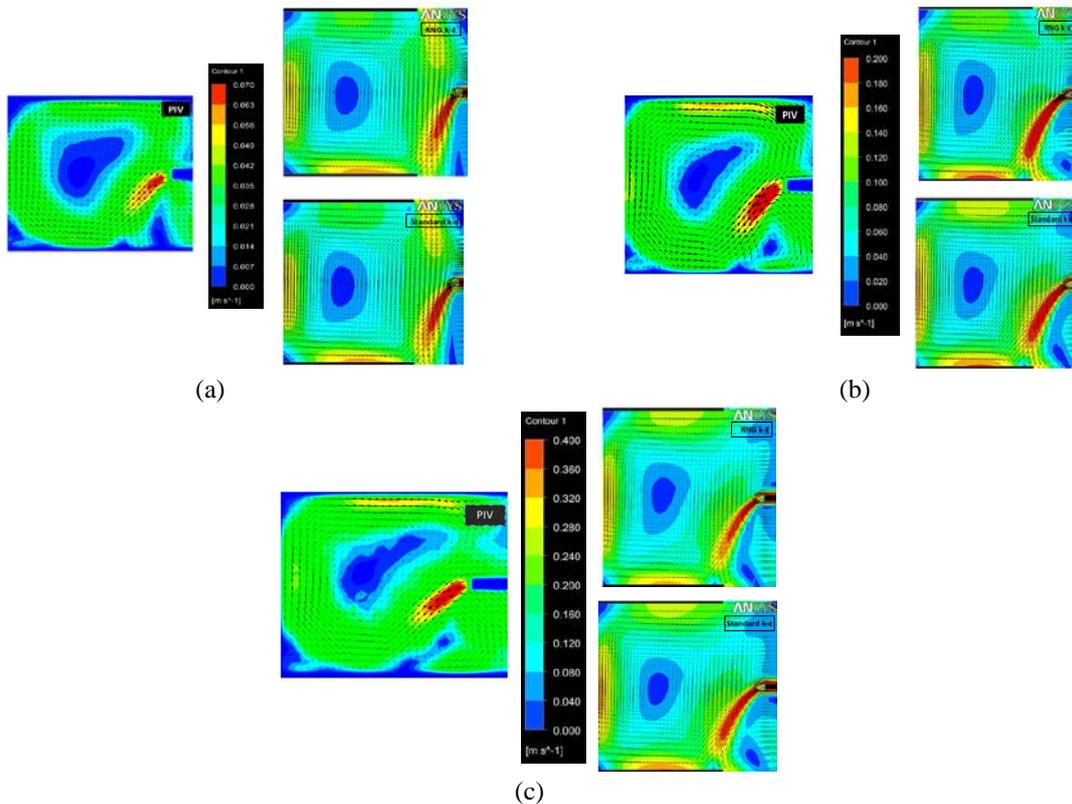


Fig. 5. Contours et vecteurs de vitesse moyenne pour un écoulement monophasique, $N = 50$ tr/min (a), 150 tr/min (b) et 300 tr/min (c).

On remarque que les résultats de la simulation numérique sont en bon accord avec ceux de l'expérimental, mais il a été observé que les vitesses les plus élevées sont près du bord de l'agitateur. A partir des résultats obtenus on peut

prévoir l'apparition d'un grand tourbillon dans le compartiment situé entre les stators. Les mêmes remarques et observations peuvent être faites pour les vitesses de rotation de 150 tr/min et 300 tr/min qui sont présentées sur les figures 5 (b) et 5 (c) pour l'écoulement monophasique. Lorsque cette vitesse de rotation augmente, les formes de ces tourbillons et des zones mortes sont plus précises.

Les comparaisons entre les courbes de vitesse obtenues par PIV et celles de la simulation ont été réalisées le long d'une ligne qui se trouve entre le bord de l'agitateur et la paroi de la colonne, ces comparaisons sont illustrées par la figure 6. Les résultats montrent bien que les vitesses maximales de l'écoulement ont été obtenues pour les trois vitesses de rotation au bord de l'agitateur. On s'aperçoit que les courbes de vitesse de l'écoulement ont presque la même allure. Entre 0.015 m et 0.03 m on observe que la vitesse de l'écoulement diminue lentement et ceci est visible pour les deux modèles de turbulence par rapport à l'expérience. Lorsque la vitesse de rotation augmente jusqu'à 150 tr/min et 300 tr/min, les vitesses dans cette zone se rapprochent de celles des expériences.

Le débit diphasique a été étudié à deux vitesses de rotation: 100 tr/min et 300 tr/min. Les résultats numériques ont été confrontés à celles mesurées par PIV [6]. Les vitesses de l'écoulement sont illustrées sur la figure 7 : on note les mêmes phénomènes que l'on retrouve dans l'écoulement monophasique : un grand tourbillon qui se situe entre les stators du compartiment, et ce pour les deux modèles de turbulence.

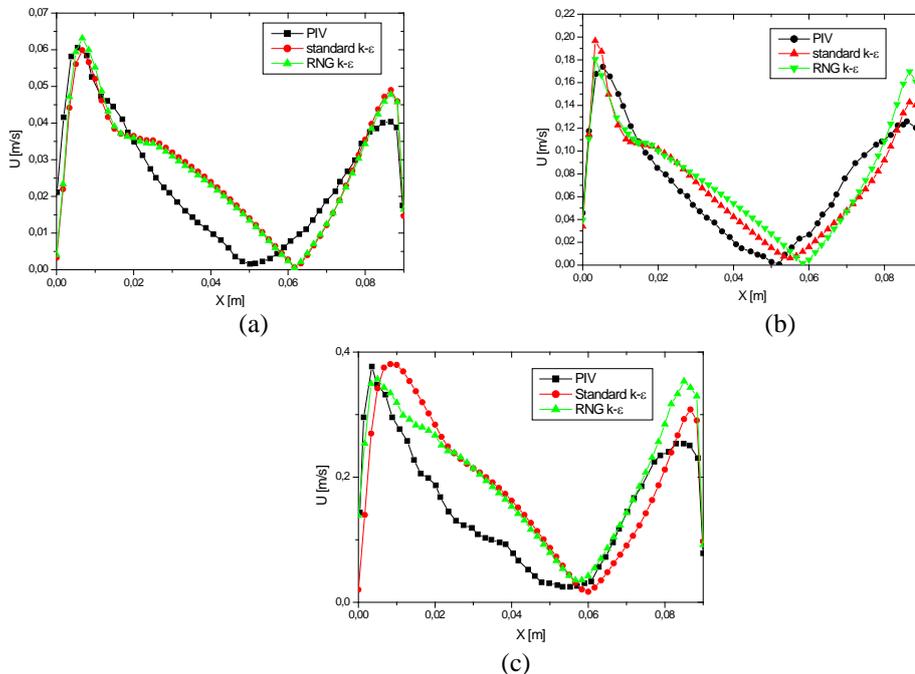


Fig. 6. Evolution de la vitesse moyenne au niveau du bord de l'agitateur jusqu'à la paroi de la colonne, $N = 50$ tr/min (a), 150 tr/min (b) et 300 tr/min (c) pour un écoulement monophasique.

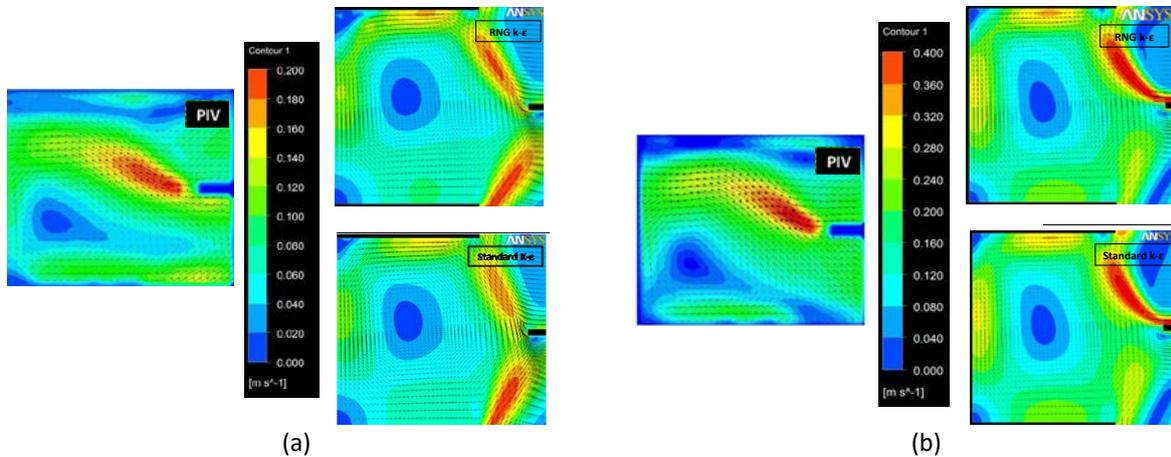


Fig. 7. Contours et vecteurs de vitesse moyenne pour un écoulement diphasique, $N=100$ tr/min (a) et 300 tr/min (b).

Les déplacements des tourbillons sont situés au-dessus de l'agitateur se trouvant entre les stators du compartiment. L'influence de la phase dispersée sur la phase continue tend à inverser la trajectoire et le schéma de l'écoulement du vortex entre les stators, il coule de bas en haut. Cela peut également s'expliquer par l'accumulation de la phase dispersée à proximité de l'agitateur (figures 8 et 9). Les deux modèles illustrés (figure 7) ont donné de bons résultats par rapport aux données expérimentales. En conséquence, ces modèles de turbulence peuvent prédire et décrire la dynamique des fluides, la forme et le comportement des vortex à l'échelle industrielle. La figure 10 illustre une comparaison des vitesses le long d'une ligne qui se trouve entre le bord de l'agitateur et la paroi de la colonne et ce pour des vitesses de rotation de 100 tr/min et 300 tr/min. Nous avons observé les mêmes remarques que dans l'écoulement monophasique, les valeurs de la vitesse sont élevées près du bord de l'agitateur, quand la vitesse de rotation augmente, la vitesse de l'écoulement augmente. Au milieu des vortex entre $0,02$ et $0,06$ m, la vitesse diminue à travers le compartiment. En outre, il existe un décalage important entre les données expérimentales et les résultats numériques contrairement à l'écoulement monophasique, la cause pouvant être la phase dispersée.... Les vitesses maximales et la distribution de la vitesse sont en bon accord avec l'expérience, cependant la vitesse de rotation de l'agitateur provoque une accélération plus élevée vers l'extérieur et vers la paroi de la colonne.

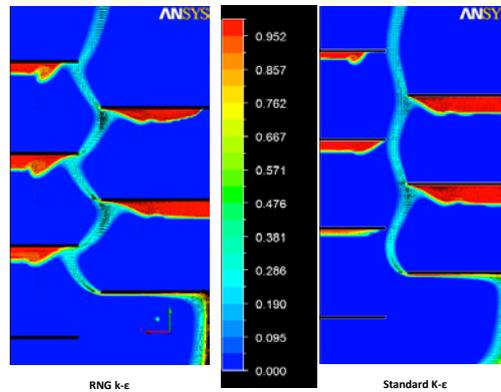


Fig. 8. Les vecteurs de vitesse et la fraction volumique de la phase dispersée à $N = 100$ tr/min.

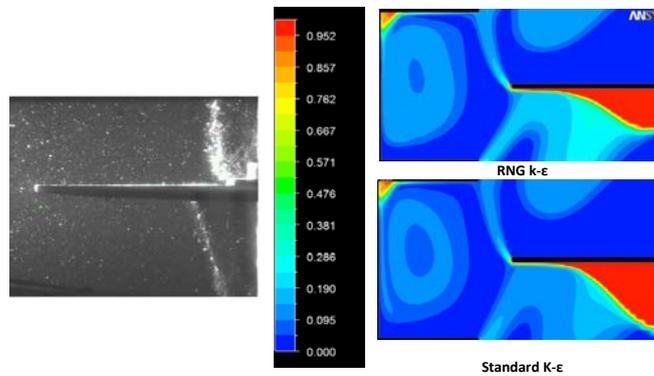


Fig. 9. La fraction volumique de la phase dispersée à $N = 300$ tr/min, sur la droite CFD et sur la gauche PIV.

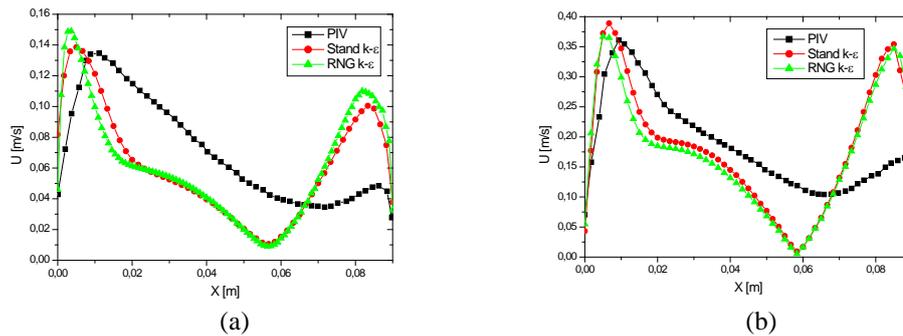


Fig. 10. Evolution de la vitesse moyenne au niveau du bord de l'agitateur jusqu'à la paroi de la colonne, $N = 100$ tr/min (a) et 300 tr/min (b) pour un écoulement diphasique.

Le résultat de la fraction volumique des deux vitesses de rotation est illustré aux figures 8 et 9. Pour la figure 8, il n'y a pas de comparaison avec l'expérimentale, cependant elle montre bien que les gouttelettes s'accumulent sous

les agitateurs et les stators, la fraction volumique sous les stators est plus petite que sous les agitateurs. Les gouttelettes montent principalement au milieu sans pénétrer dans le centre des compartiments. La Fig. 9 nous montre que les gouttelettes pénètrent beaucoup plus au milieu du compartiment entre les stators sans s'y accumuler, ceci peut s'expliquer par l'augmentation de la vitesse de rotation contrairement au précédent cas (100tr/min). Par conséquent, un tourbillon de la phase dispersée s'est développé à cette vitesse de rotation et en plus les gouttelettes sont dispersées dans le compartiment. Les mêmes accumulations sont également visibles sous les agitateurs par la PIV. Les différences entre les données PIV et les résultats numériques pourraient être expliquées par l'utilisation d'un diamètre de Sauter moyen constant qui ne peut pas prendre en compte la coalescence et l'accumulation de gouttelettes sous les stators.

4. Conclusions

Notre travail a permis de mettre en évidence des phénomènes liés à ce type d'écoulement rotatifs tels que les tourbillons et les zones mortes. Ces phénomènes sont dus généralement à la nature complexe d'un fluide tournant où l'apparition d'instabilités hydrodynamiques peut parfois être importante au niveau de la paroi (couche limite). La difficulté de capturer de façon réaliste les phénomènes propres à un tel écoulement à une ou à deux phases peut être supprimée par l'utilisation d'autres modèles de turbulence. Le paramètre de la vitesse de l'écoulement peut être adopté pour évaluer les performances et optimiser la conception de la colonne. Ceci est important pour déterminer les dimensions et le type d'équipement requis pour répondre aux besoins industriels dans le domaine de l'extraction liquide-liquide. La dynamique des fluides de l'écoulement tournant à travers l'extraction liquide-liquide étudiée ici a été mise en évidence par les modèles de turbulence standard $k-\varepsilon$ et RNG $k-\varepsilon$. Cela constitue une première étape pour étudier ces types d'écoulement où la rotation joue un rôle important. Ainsi on peut se fixer une idée intéressante pour passer à l'étape suivante où nous pouvons améliorer la perspective de ce travail de recherche qui consiste à introduire un couplage avec le PBM (Population Balance Model) pour la prédiction des phénomènes de rupture et la coalescence des gouttelettes.

R É F É R E N C E S

- [1] *Wauquier JP.*, Le Raffinage du Pétrole, Paris : TECHNIP, 1998, Tome II.
- [2] *Humphrey JL, Keller GE.* Procédés de séparation, Paris : DUNOD, 2001.
- [3] *Koller E.*, Aide-mémoire Génie Chimique, Paris : DUNOD, 2009.
- [4] *Cote G.*, Extraction liquide-liquide: Présentation générale. Techniques de l'Ingénieur, r2162, Paris, 2017, j2760.
- [5] *Rieger R, Weiss C, Wigley, G.*, Investigating the process of liquid-liquid extraction by means of computational fluid dynamics., Pergamon, Elsevier Science 1996; 20: 1467-1475.

- [6] *Drumm C.*, Coupling of computational fluid dynamics and population balance modeling for liquid-liquid extraction, PhD, the Technical University of Kaiserslautern, 2010.
- [7] *Fei WY, Wang YD, Wan YK.*, Physical Modeling and Numerical Simulation of Velocity Fields in Rotating Disc Contactor via CFD Simulation and LDV Measurement, *Chemical Engineering Journal* 2000; 78: 131-139.
- [8] *Tu J, Yeah GH.*, Computational techniques for multiphase-flows, Oxford, Butterworth-Heinemann, First edition, 2010.
- [9] *Modes G, Bart HJ.*, CFD Simulation of Nonideal Dispersed Phase Flow in Stirred Extraction Columns, *Chemical Engineering Technology* 2001; 24: 1242-1245.
- [10] *You XY, Xiao X.*, Simulation of the Three-Dimensional Two-Phases Flow in Stirred Extraction Columns by Lagrangian-Eulerian Method, *Chemical and biochemical engineering quarterly* 2005; 19: 1-11.
- [11] *Haderer T, Marr R.* Design of Rotating Disc Contactors; Implementation of CFD Tools, Austin, Texas, USA, 2004.
- [12] *Hlawitschka MW.*, Computational Fluid Dynamics Aided Design of Stirred Liquid-Liquid Extraction Columns, Technical University of Kaiserslautern, Germany, 2013.
- [13] *Royer H, Boutier A.*, Visualisations et mesures optiques en Aérodynamique. *Techniques de l'Ingénieur*, Paris, 1998, r2160.
- [14] *Schon JP.*, Mesures de caractéristiques d'écoulement par imagerie numérique. *Techniques de l'Ingénieur*, Paris, 2007, r2162.
- [15] *Tojonirina M.*, Caractérisation et modélisation du comportement de phase dispersée dans les colonnes pulsées, PhD, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2011.
- [16] *Fletcher DF, Xuereb C.*, Mécanique des fluides numérique. *Techniques de l'Ingénieur*, Paris, 2004, j1050.
- [17] ANSYS-CFX Solver Theory Guide, Academic Research Release 13, ANSYS Inc., 2010.
- [18] ANSYS-ICEM CFD Tutorial Manual, Academic Research Release 13, ANSYS Inc., 2010.
- [19] *Haderer T.*, Numeric flow simulation of a RDC extraction column, 15th International Congress of Chemical and Process Engineering, Praha, Czech Republic, 25-29 August 2002.
- [20] *Aris R.* Mathematical modeling: Academic Press, Vol. 1, 2002.
- [21] *Wlcox DC.*, Turbulence modeling for CFD, California, Griffin Printing, first edition, 1993.
- [22] *Versteeg HK, Malalasekera W.* An introduction to computational fluid dynamics the finite volume method: Prentice Hall, Malaysia, First edition, 1995.
- [23] *Ranade VV.*, Computational flow modeling for chemical reactor engineering: academic press, Vol. 5, 2002.