

## TRAJECTOIRE DE LA PARTICULE DU SOL SUR LE VERSOIR PENDANT LE PROCESSUS DE LABOURAGE

Vasile CRACIUN<sup>1</sup>, Ovidiu BALAN<sup>2</sup>, Ion BAISAN<sup>3</sup>

*In lucrare se face o scurtă prezentare a unei noi descrieri matematice a suprafeței de lucru a corpurilor de plug de tip cilindroidal. Pe baza ecuațiilor suprafeței de lucru a cormanei, a proprietăților fizice și mecanice ale solului și a forțelor exercitate asupra particulei de sol care se deplasează pe cormana, autorii au stabilit ecuațiile diferențiale care descriu mișcarera particulei pe suprafața cormanei. Prin integrarea acestor ecuații, folosind metode numerice, putem obține traectoria particulei pe supratafața cormanei. Această metodă face posibilă determinarea prin calcul a rezistenței în lucru la arat, formularea și rezolvarea problemelor de optimizare a formei suprafețelor de lucru a corpurilor de plug.*

*In the paper the authors present a new mathematical description for the mouldboard plough surface. On the base of the equations for the working surface physical and mechanical properties of the soils and the forces exerted on the soil block traveling over the plough mouldboard, the author established the differential equations for the motion of the soil element. Through integration of these equations using numerical methods one obtain the path of the soil element over the mouldboard. This method make possible the prediction of soil forces reactions and formulate and solve the problems for optimization the mouldboard plough surface.*

*Dans ce ouvrage une nouvelle méthode pour la détermination par calcul des trajectoires des particules de sol sur le versoir est proposée. Une fois connue la trajectoire théorique, elle permet la comparaison avec la trajectoire obtenue suivant les données expérimentales d'où on peut faire une évaluation au niveau théorique des forces de résistance dans le processus de labourage. Par l'utilisation de certains programmes de calcul appropriés, l'optimisation de la surface de travail (le versoir) et des régimes d'exploitation deviennent possible.*

**Key words:** mouldboard sourface equations, equations of the soil slice movement

### 1. Introduction

Les charrues à versoir sont les outillages de base utilisés dans le monde entier pour labourage- travail indispensable dans la technologie de toute culture agricole. Ces outillages sont les plus grands consommateurs d'énergie dans l'agriculture.

<sup>1</sup> Prof., Dept. Machinery for Agriculture and Food Industry, Faculty of Mechanics, Technical University "Gheorghe Asachi" Iasi, ROMANIA

<sup>2</sup> Prof., Dept. Machinery for Agriculture and Food Industry, Faculty of Mechanics, Technical University "Gheorghe Asachi" Iasi, ROMANIA

<sup>3</sup> Reader, Dept. Machinery for Agriculture and Food Industry, Faculty of Mechanics, Technical University "Gheorghe Asachi" Iasi, ROMANIA

Le déplacement des particules de sol sur la surface de travail du corps de la charrue est un phénomène extrêmement complexe. Les trajectoires suivant par particules de sol sur le versoir dépendent d'une série de facteurs comme ceux-ci : les propriétés du sol, la géométrie de la surface de travail aussi bien que des paramètres du processus de travail.

Jusqu'à présent peu d'études abordant le problème de la trajectoire des particules de sol sur la surface de travail sont élaborés [1, 2, 5, 6], peu d'études étant donné la manque d'une description mathématique rigoureuse de la géométrie de la surface de travail.

Dans cet article une nouvelle méthode pour la détermination par théorique des trajectoires des particules de sol sur le versoir est proposée. Une fois connue la trajectoire suivie, elle permet la comparaison avec la trajectoire obtenue à la suite des données expérimentales d'où on peut faire une évaluation au niveau théorique des forces de résistance dans le processus de labourage.

Par l'utilisation de certains programmes de calcul appropriés, l'optimisation de la surface de travail (le versoir) et des régimes d'exploitation deviennent possible.

## **2. Méthode de recherche.**

Pour résoudre le problème indiqué plus haut, il est nécessaire de connaître les éléments suivants :

### **2.1. Caractéristiques physiques- mécaniques du sol ;**

Au cours du processus de sillonage avec des différents outils il faut prendre obligatoirement en considération les propriétés suivantes du sol, [3] :

- le coefficient de frottement sol-acier,  $\mu$ , ( $\mu = 0,38 \div 0,78$ ) ;
- le coefficient de frottement interne, sol-sol,  $\mu_1 = 0,27 \div 0,83$ ) ;
- la densité apparente du sol,  $\rho$ , ( $\rho = 1,3 \div 2,2 \text{ kg/m}^3$ ) ;
- la cohésion entre les particules du sol,  $C$ , ( $C = 0,13 \div 0,6 \text{ daN/cm}^2$ ) ;
- l'adhérence entre le sol et métal,  $F_{ad}$ , ( $F_{ad} = 0,01 \div 0,15 \text{ daN/cm}^2$ ) ;
- coefficient de résistance au labourage avec les charrues,  $k$ , ( $k = 0,25 \div 1,25 \text{ daN/cm}^2$ );
- l'humidité du sol,  $W_r$  (%)-relative et  $W_a$  (%)- absolue.

### **2.2. Description mathématique de la surface de travail ;**

La surface de travail de la charrue est, dans plupart des cas, une surface réglée. D'après [3], une surface réglée est engendrée par le déplacement d'une droite génératrice «  $\Delta$  » le long d'une courbe directrice «  $\Gamma$  », fig.1. La droite génératrice reste toujours parallèle au plan horizontal WXY et forme avec la

direction d'avance WY un angle variable  $\gamma$ , représenté par une certaine fonction  $\gamma(z)$  [4,5,6,7].

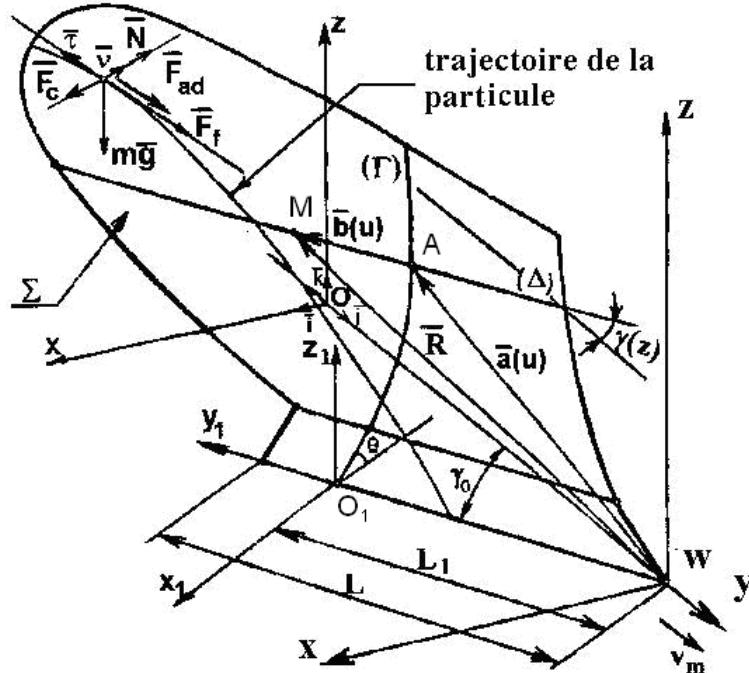


Fig. 1. Description mathématiques de la surface de travail ; l'action simultanée de forces sur une particule de sol

Concernant la fig.1 il faut signaler les détails suivants :

- le repère Oxyz reste fixe étant lié au sol en repos ;
- le repère WXYZ (dit repère d'entraînement) est solidaire avec le versoir, ses axes étant parallèles aux axes correspondantes du repère Oxyz et avance uniformément avec la vitesse  $V_m$  (vitesse de l'agréagat), dans le sens Oy  $\equiv$  WY ;
- « u », paramètre scalaire qui en ce cas s'identifie avec la cote  $z \equiv u \equiv z_1 \equiv Z$ ,
- « v », paramètre scalaire qui en ce cas signifie une coordonnée cartésienne le long de la droite génératrice «  $\Delta$  » ;

«  $\Gamma$  », la directrice appartenant au plan  $O_1X_1Z_1$  lui-même perpendiculaire au tranchant du soc ; le plan  $O_1X_1Z_1$  contenant la directrice «  $\Gamma$  » est situé à une distance  $L_1$  du sommet du soc. Quant à la directrice «  $\Gamma$  » elle est d'après [4,5,6] représentée par le polynôme (1) ci-dessous :

$$x_1 = Au^3 + Bu^2 + Cu + D = f_l(u) \quad (1)$$

- «  $\gamma$  », angle formé par la génératrice “ $\Delta$ ” avec le plan YWZ (paroi du sillon); cet angle obéit à la loi:

$$\gamma(z) = mu^3 + nu^2 + pu + q = f_2(u) \quad (2)$$

-«  $\gamma_0$  », angle que le tranchant du soc forme avec la direction d'avance WY.

-«  $\theta$  », angle de mise en place du plan de soc sur le plan horizontal Oxy=WXY.

Le point courant A de la courbe «  $\Gamma$  » a pour vecteur de position  $\overline{WA} = \overline{a}$ , ce dernier étant fonction du scalaire u,

$$\overline{a} = \overline{a}(u) \quad (3)$$

Un point arbitraire M de la génératrice «  $\Delta$  » est positioné par le paramètre scalaire «  $v$  » en guise de coordonnée. Le vecteur unité  $\overline{b}$  issu du point A est une fonction du paramètre u,

$$\overline{b} = \overline{b}(u) \quad (4)$$

Le vecteur  $\overline{AM}$  a donc l'expression ;

$$\overline{AM} = \overline{b}(u) \cdot v \quad (5)$$

et par conséquent le vecteur de position  $\overline{WM} = \overline{R}$  a pour expression ;

$$\overline{R} = \overline{a}(u) + \overline{b}(u) \cdot v \quad (6)$$

La formule (6) représente la forme paramétrique de l'équation vectorielle de la surface réglée dans le repère WXYZ.

En vue d'obtenir les équations scalaires qui correspondent à l'équation (6), d'abord il faut trouver les expressions des fonctions (7):

$$\begin{cases} X = X(u, v) \\ Y = Y(u, v) \\ Z = Z(u, v) \end{cases} \quad (7)$$

Conformément aux notations faites (Fig. 1), on déduit [4, 5, 6] que les fonctions (7) ont pour expressions :

$$\begin{cases} X(u, v) = f_1(u) \cdot \cos \gamma_0 - v \cdot \sin f_2(u) \\ Y(u, v) = f_1(u) \cdot \sin \gamma_0 + v \cdot \cos f_2(u) \\ Z(u, v) = u \end{cases} \quad (8)$$

Les formules (8) représentent les équations paramétriques de la surface de travail du corps de la charrue (surface réglée).

### 3. Dynamique du mouvement des particules de sol sur la surface de travail du corps de la charrue

Nombre d'investigations effectuées dans le but de déterminer le déplacement des particules de sol sur la surface du versoir au cours du processus de labourage, parmi lesquelles nous pouvons cité [1,3,4,5], mènent à la conclusion qu'on peut admettre qu'une particule de sol entraînée par le corps de la charrue se déplace pratiquement dans un plan vertical-transversal XWZ. Pour simplifier d'avantage les calculs qui suivent, on admet que la masse du sol est composée uniquement par des particules matérielles distinctes, ce qui nous permet de négliger leurs propres rotations et, par la suite, les effets dynamiques de ces rotations.

On considère qu'une particule de sol est soumise à l'action simultanée des forces suivantes (fig.1) :

- la force de pesanteur propre,  $m\bar{g}$ , dirigée vers le bas ;
- la réaction  $\bar{N}$  du versoir, suivant la direction du vecteur unité  $\bar{v}$  de la normale à la surface du versoir ;
- la force de frottement  $\bar{F}_f$ , ( $|\bar{F}_f| = \mu |\bar{N}|$ ), entre la particule et le versoir, dirigée suivant la courbe tracée par la particule sur le versoir, mais ayant le sens opposé celui du mouvement de la particule, c'est -à-dire, opposé au vecteur unité  $\bar{\tau}$  de la tangente;
- la force de cohésion  $\bar{F}_c$ , de la part du sol immobile du voisinage de la particule considérée ; la force  $\bar{F}_c$  s'oppose au détachement de la particule du sol immobile, on peut donc admettre que  $\bar{F}_c$  prend la direction de la normale  $\bar{v}$  à la surface  $\Sigma$  du versoir, mais avec le sens contraire à la force  $\bar{N}$  ;
- la force d'adhérence entre la particule et le versoir,  $\bar{F}_{adc}$ , dirigée suivant la force de frottement  $\bar{F}_f$  ; mentionnons que la force  $\bar{F}_{adc}$  se manifeste particulièrement aux cas des sols très humides.

Pour établir les équations du mouvement des particules de sol sur le versoir nous faisons usage des équations (8). On sait que le mouvement relatif de la particule sur le versoir en ce cas, découle d'après l'équation générale bien connue en mécanique :

$$m \cdot \bar{a}_r = \bar{F}_a + \bar{F}_p - m \cdot \bar{a}_t - m \cdot \bar{a}_{cor} \quad (9)$$

ou :  $\bar{a}_r$ , est l'accélération du mouvement relatif ayant pour expression :

$$\bar{a}_r = \ddot{X} \cdot \bar{i} + \ddot{Y} \cdot \bar{j} + \ddot{Z} \cdot \bar{k} \quad (10)$$

-  $\bar{F}_a$ , est un résultante des forces actives, ici,  $\bar{F}_a = m \cdot \bar{g}$  ;

-  $\bar{F}_p$  est un résultante de forces passifs de liaison. En ce cas ;

$$\bar{F}_p = \bar{F}_c + \bar{N} + \bar{F}_f + \bar{F}_{adc}; \quad (11)$$

-  $\bar{a}_t$ , est l'accélération d'entraînement ; nous avons  $\bar{a}_t = 0$ , parce que le repère WXYZ ne tourne pas et donc  $\varpi_t = 0$ ;

-  $\bar{a}_{cor}$ , est l'accélération de Coriolis ; en ce cas,  $\bar{a}_{cor} = 2\bar{\omega}_r \times \bar{v}_r = 0$ , parce que  $\bar{\omega}_r = 0$ . Avec les éclaircissements données ci-dessus, l'équation (9) devient :

$$m(\ddot{X} \cdot \bar{i} + \ddot{Y} \cdot \bar{j} + \ddot{Z} \cdot \bar{k}) = -m \cdot g \cdot \bar{k} + (N - F_c) \cdot \bar{v} - (F_f + F_{adc}) \cdot \bar{\tau} \quad (12)$$

Les vecteurs unité  $\bar{v}$  et  $\bar{\tau}$  seront exprimés par la suite en fonctions des vecteurs unité  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ . On sait que le vecteur unité  $\bar{v}$  de la normale à une surface  $\Sigma$  est donné par le produit vectoriel :

$$\bar{v} = (\bar{R}_u \times \bar{R}_v) / |\bar{R}_u \times \bar{R}_v| \quad (13)$$

où les vecteurs  $\bar{R}_u = \partial \bar{R} / \partial u$ ,  $\bar{R}_v = \partial \bar{R} / \partial v$  appartiennent au plan tangent à la surface  $\Sigma$ . Après le calcul des grandeurs  $\bar{R}_u, \bar{R}_v, \bar{R}_u \times \bar{R}_v$ , la dernière ayant pour valeur absolue ;

$$|\bar{R}_u \times \bar{R}_v| = \sqrt{(R_u \times R_v)^2} \quad (14)$$

on obtient l'expression pour le vecteur  $\bar{v}$  de la normale à la surface  $\Sigma$  ;

$$\bar{v} = \frac{-\cos f_2(u) \cdot \bar{i} - \sin f_2(u) \cdot \bar{j} + [f'_1(u) \cdot \cos(f_2(u) - \gamma_0) - v \cdot f'_2(u)] \cdot \bar{k}}{\sqrt{1 + [f'_1(u) \cdot \cos(f_2(u) - \gamma_0) - v \cdot f'_2(u)]^2}} \quad (15)$$

Le vecteur unité  $\bar{\tau}$ , aussi tangent à la surface du versoir, s'obtient en raison du fait qu'il est dirigé suivant la vitesse relative  $\bar{v}$  de la particule sur la surface du versoir, on a donc ;

$$\bar{\tau} = \frac{\bar{v}}{|\bar{v}|} = \frac{\dot{X} \cdot \bar{i} + \dot{Y} \cdot \bar{j} + \dot{Z} \cdot \bar{k}}{|v|}, \quad (16)$$

avec :

$$\langle \dot{X} = \dot{u} \cdot f'_1(u) \cdot \cos \gamma_0 - \dot{v} \cdot \sin f_2(u) - v \cdot \dot{u} \cdot f'_2(u) \cdot \cos f_2(u) \rangle; \quad (17)$$

$$\langle \dot{Y} = \dot{u} \cdot f'_1(u) \cdot \sin \gamma_0 + \dot{v} \cdot \cos f_2(u) - v \cdot \dot{u} \cdot f'_2(u) \cdot \sin f_2(u) \rangle \quad (18)$$

$$\langle \dot{Z} = \dot{u} \rangle; \quad (19)$$

$$|\bar{v}| = \sqrt{\dot{u}^2 \left[ 1 + f_1'^2(u) + v^2 \cdot f_2'^2(u) - 2 \cdot v \cdot f_1'(u) \cdot f_2'(u) \cdot \cos(\gamma_0 - f_2(u)) \right] + \dot{v}^2 + 2i\dot{v}f_1'(u)\sin(\gamma_0 - f_2(u))} \quad (20)$$

obtenu par le traitement approprié des relations établies auparavant, aussi en tenant compte de l'hypothèse que la particule mobile sur le versoir évolue seulement dans un plan ZOX (vertical-transversal) dont l'équation est,  $y=\text{const}$ . En ajoutant que  $y$  et  $Y$  sont liés par la relation de translation des repères,

$$y = Y_W + Y, \quad (21)$$

ou  $Y_W$  augmente selon la loi,

$$Y_W = -V_W \cdot t = V_m \cdot t; \quad (22)$$

ou «  $V_m$  » étant la vitesse constante de l'agrégat de labourage, on obtient :

$$\dot{Y} = -V_m \quad \text{et} \quad \ddot{Y} = 0 \quad (23)$$

Avec ces précisions, le système d'équations différentielles puissent par intégration la trajectoire de la particule de sol sur le versoir, qui s'écrit sur la forme suivante :

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{X} = \frac{\mu \cdot N \cdot V_m \cdot \cos f_2(u)}{|\bar{v}| \cdot \sin f_2(u)} - \frac{\mu \cdot N \cdot \dot{X}}{|\bar{v}|} \\ m \cdot (\ddot{Z} + g) = \frac{\mu \cdot N \cdot V_m \cdot (f_1'(u) \cdot \cos(f_2(u) - \gamma_0) - v \cdot f_2'(u))}{|\bar{v}| \cdot \sin f_2(u)} - \frac{\mu \cdot N \cdot \dot{Z}}{|\bar{v}|} \end{cases} \quad (24)$$

Auquel nous ajoutons :

$$f_1(u) \cdot \sin \gamma_0 + v \cdot \cos f_2(u) = 0 \quad (25)$$

Dans le système (24) entre les inconnues principales  $X$  et  $Z$ , existe encore une inconnue secondaire  $\frac{\mu \cdot |\bar{N}|}{|\bar{v}|}$ , liée au terme  $\frac{\mu \cdot \bar{N}}{|\bar{v}|}$  qui est un vecteur variable en direction aussi bien qu'en module (à cause de la courbure variable de la surface  $\Sigma$ ). Par conséquence, le système (24), (25) se présente comme un système d'équations nonlinéaires.

#### 4. Conclusions

1. La description mathématique de la surface de travail du corps de la charrue est absolument nécessaire pour qu'il soit possible le détermination de la trajectoire des particules de sol sur le versoir pendant le processus de labourage.
2. La détermination par calcul numérique de la trajectoire de la tranche de sol sur versoir va rendre possible la formulation et la résolution des problèmes d'optimisation du travail de labourage.

#### B I B L I O G R A F I E

- [1]. *Richey S. B. et al.* 1989. The Use of Three Dimensional Computer Graphics to Design Mouldboard Plough Surfaces, Journal of Agricultural Engineering Research, nr.43, England.
- [2]. *Suministrado,D.C., M.Moike, T.Konaka, S. Yuzawa and I. Kuroishi,* 1990. A Model to Determine the Trajectory of Soil Motion on a Mouldboard Plow Surface. Journal of Terramechanics **27 (3)** 207- 218.
- [3]. *I.Bernacki H. et al.*1972. Agricultural Machines, Theory and Construction, vol II, Springfield, Va.,USA,
- [4]. Caproiu S., s.a. 1982. Masini agricole de lucrat solul, semanat, intretinerea culturilor si combaterea daunatoarilor. EDP. Bucuresti, Romania
- [5]. Crăciun V., Leon D. 1993. Contributions to Analytical Description of the Mouldboard Plough Surfaces, Buletinul Universității Tehnice Iași.
- [6]. Crăciun V. 1994. Contributii teoretico- experimentale la conceptia si tehnologia de executie a unor scule de lucrat solul. Teza de doctorat, Universitatea Tehnica „Gheorghe Asachi” Iasi, Romania.
- [7]. V. Craciun, D.Leon. 1998. An Analytical Method for Identifying and Designing a Moldboard Plough Surface. Transactions of the ASAE Vol 41(6): 1589– 1599.