

SCHWINGUNGSPLATTFORM FÜR DIE BEHANDLUNG DER OSTEOPOROSE

Laura TRIFAN¹, Constantin BUCSAN², Constantin-Anton MICU³

The article summarizes the development stages of the research and some construction versions of an electromagnetic actuated vibrating platform with rings which works near the resonance for a significant save of energy and presents the ways of determining the frequency and amplitude of the oscillations of one of the construction version, with elastic rings, by strength calculation and by simulation in ANSYS and in MATLAB

Der Artikel fasst die Arbeitsschritte zur Entwicklung der Forschungs- und Konstruktionsvarianten einer Schwingungsplattform mit Federringen und elektromagnetischem Aktuator und der Funktionsweise im Resonanzbereich, hinsichtlich einer beträchtlichen Energieeinsparung zusammen und stellt die Möglichkeit zur Bestimmung von Schwingungsfrequenz und -amplitude einer der Bauformen, der mit Federringen, sowohl durch Festigkeitsberechnung als auch durch statische Simulation in ANSYS und dynamische in MATLAB vor.

Schlüsselwörter: mechatronisches System, Resonanz, Energieeinsparung, Modellierung, ANSYS, MATLAB, Überprüfungsmethoden, Simulation.

1. Einleitung

Es gibt derzeit eine große Vielfalt von Schwingungsplattformen, welche sowohl im biomedizinischen als auch im Sportbereich zu unterschiedlichen Zwecken - von Muskeltraining bis zur Behandlung verschiedener Krankheiten (z.B. Osteoporose) - eingesetzt werden. Eine Vielfalt von Schwingungsplattformtypen ist in der einschlägigen Literatur vorhanden, wobei eine systematische Übersicht der Schwingungsarten der Quelle [1] zu entnehmen ist. Als biomedizinisches Gerät gilt die Schwingungsplattform als Behandlungsmethode der Osteoporose. Die jeweils entwickelten Bauformen der Schwingungsplattformen verursachen vertikale Ganzkörpervibrationen (WBV - Whole Body Vibrations) mit einer Frequenz von 25-50 Hz, oberhalb der Resonanzwerte der inneren Organe (andernfalls besteht deren Riss- oder Beschädigungsgefahr) und einer sehr geringen Amplitude (in der dynamischen Bewegungstherapie oder im Englischen DMT – Dynamic Motion Therapy).

¹University POLITEHNICA of Bucharest, Romania, email: laura.trifan@gmail.com

² University POLITEHNICA of Bucharest, Romania, email: constantin_bucsan@yahoo.com

³ Prof., University POLITEHNICA of Bucharest, Romania, email: micuanton@yahoo.com

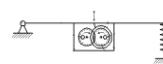
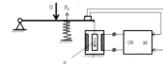
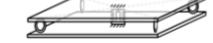
Über einen Zeitraum von acht Jahren sind zum Thema der Entwicklung der Schwingungsplattform ein Patent [2] erteilt und ein Patentantrag [3] eingereicht worden. Ziel ist von einer Bauform zur anderen die weitere Verminderung des Energieverbrauchs bei stetiger konstruktiver Vereinfachung zu erreichen. Insbesondere die Funktionsweise im Resonanzbereich verursacht wesentliche mechanische Effekte bei geringem Energieverbrauch, was eine Voraussetzung der Rentabilität nebst der konstruktiven Einfachheit darstellt.

2. Vergleichsanalyse einiger Konstruktionsformen

Die Schwingungsplattform ist ein einfaches mechatronisches System. Als Folge einer ausführlichen Analyse ist die nachstehende vergleichende Übersicht der Konstruktionsformen erstellt worden, welche aufgrund der einschlägigen Literatur [1]-[5] zur Entwicklung der in den Spalten 2 und 3 der Tabelle 1 dargestellten Konstruktionsformen verhilft.

Tabelle 1

Vergleich der Konstruktionsformen zur Entwicklung der Schwingungsplattform

Komponenten der Schwingungsplatten mit...	Konstruktionsformen der Schwingungsplatten		
			
	1	2	3
...elektromechanischem Antrieb	...elektronischer Steuerung in Reaktionsschleife	...elektromagnetischem Aktuator und Federringen	
Antrieb	Motor + exzentrisches Getriebe	Elektromagnet + Relais + Rückkopplung	Elektromagnet
Lagerung	Festlager + Federsystem	Festlager + Federsystem	4 senkrecht zueinander positionierte Federringe
Schwingungs-Richtung	vertikal (oszillierend)	vertikal (oszillierend)	Vertikal
Position des Behandelten	Vertikal	Vertikal	Vertikal
Einstellung der Frequenz	Ja	Ja	nein (selbsteinstellend)
Verbindungsart	Nieten + Schrauben + Verzahnung	Nieten + Schrauben + Elektronik	Schrauben + Konus-Schrumpfverb.

Die erste Konstruktionsform (erste Spalte) ist eine Schwingungsplattform mit einem Exzenterzahnradgetriebe aus Kunststoff. Während der Funktionierung werden die zwei exzentrischen Massen an jedem Zahnrad summiert, diese ergeben

eine vertikale Resultierende mit einem sinusförmigen Verlauf, während sich die horizontalen Komponenten der Fliehkräfte annullieren. Als Folge der Inertialkräfte ist der Energieverbrauch recht klein. Da der Geräuschpegel auch ziemlich hoch war, wurde eine weitere Konstruktionsform untersucht.

In der zweiten Spalte ist eine Schwingungsplattform im niedrigen Frequenzbereich mit elektromagnetischem Aktuator und einem elektronischen Steuerungssystem in einer zum Korrigieren der Schwingungen eingesetzte Reaktionsschleife mit einer Stabilität von $\pm 0,5\text{Hz}$ dargestellt. Die Schwingungsamplitude ist von dem Gewicht der Behandelten abhängig. Die Schwingungsplattform besteht aus einer steifen an einer Seite am Rahmen 2, mit einer elastischen Feder 3 gelenkig befestigte Platte 1, einem elektromagnetischen Aktuator mit einem beweglichen Kern 4 und einer Spule 5, einem elektronischen Steuerungskreis 6 und einem Schwingungsaufnehmer 7.

Das Gewicht der Person wird von der Federkraft kompensiert. Die elektromagnetische Kraft induziert vertikale Schwingungen von bestimmten Amplituden und bestimmter Frequenz, welche an das Knochen-Muskel-System des Behandelten übertragen und angepasst werden. Die von der Schwingungsplatte erzeugten Schwingungen werden gemäß den medizinischen Behandlungszielen ausgewählt. Die Neuigkeit der Konstruktionsform und die Vorteile sind im [1] ausführlich behandelt worden.

Die in der letzten Spalte dargestellte Konstruktionsform der Schwingungsplattform mit elektromagnetischem Aktuator und Federringen stellt eine Neuheit dar, daher wird diese im vorliegenden Artikel beschrieben und durch mehrere Methoden auf verschiedene Aspekte geprüft. Die Einfachheit der Lösung besteht darin, dass die Frequenz der Schwingungen nur von dem Gewicht des Behandelten abhängig ist, Schwingungen erfolgen also ausschließlich im Bereich der Eigenfrequenz des Systems.

Diese einfache Konstruktionsform wird bevorzugt, da die bisherigen den Nachteil haben, dass sie mehrere Schwingungsmodi je nach der Position der auf der Platte stehenden Person aufweisen, und daher elektronische Stabilisierungs- und Erregerschaltungen notwendig sind, wofür höhere Kosten anfallen und nebst einer komplizierten Bauweise ein beträchtlicher Energieverbrauch verursacht wird. Die im Folgenden erläuterte Lösung funktioniert in der Nähe der Resonanz und hat daher einen sehr geringen Energieverbrauch. Im Folgenden wird diese Konstruktionsweise ausführlich beschrieben, ausgelegt und überprüft.

3. Die Schwingungsplattform mit elektromagnetischem Aktuator und Federringen

Die Schwingungsplattform mit elektromagnetischem Antrieb besteht aus zwei Platten zwischen welchen vier identische zu 90° zueinander ausgerichtete

Federringe eingespannt sind, um eine gleichmäßige Steifigkeit nach allen querverlaufenden Richtungen abzusichern, und die obere Platte wird durch einen parallel mit den Federn eingebauten elektromagnetischen Aktuator in vertikale Schwingungsbewegung gebracht. Die feste Armatur des Elektromagneten ist auf einer Platte und der bewegliche Kern auf der anderen Platte montiert und die Schwingungsfrequenz des Systems wird mithilfe von zwei auf einem der Federringe in Halbbrücke angebrachten Dehnungsmessstreifen (DMS) als Wandler bemessen. Das von der DMS-Halbbrücke aufgenommene und verstärkte Signal wird vom elektromagnetischen Aktuator übernommen und das System schwingt mit einer Eigenfrequenz in der Nähe der Resonanz, wobei die Schwingungen auf das Knochen- und Muskelsystem übertragen werden (Bild 1). 7 ist die feste Spule, 9 und 10 sind die Widerstandsaufnehmer und 11 ist ein Leistungsverstärker. Für ein Gewichtsintervall der Behandelten zwischen 50 kg und 80 kg, soll die Schwingungsfrequenz im Bereich 25-50Hz bleiben, um die für die inneren Organe gefährlichen Frequenzen (unter 25Hz) zu vermeiden.

Vorteile der jeweiligen Konstruktionsform der Schwingungsplattform als System (Bild 2):

- ein einziger elektromechanisch erzeugter Hauptschwingungsmodus in vertikaler Richtung durch die senkrecht aufeinander ausgerichtete Anordnung der Federringe;
- einfacher Aufbau, mit kleinen Abmessungen und niedrigen Kosten;
- beträchtliche Reduzierung des Energieaufwands

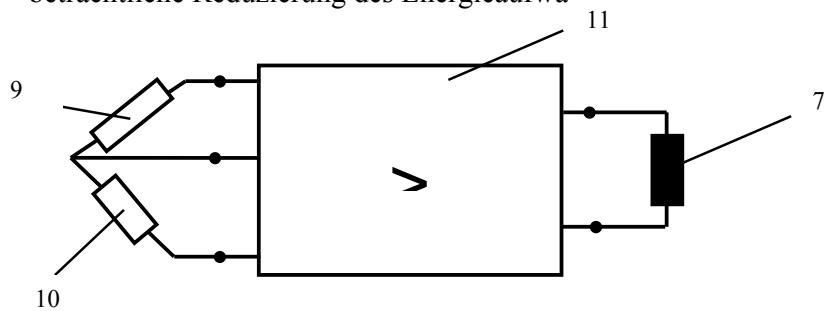


Bild 1. Blockschaltung des Steuerungssystems der Schwingungsplattform

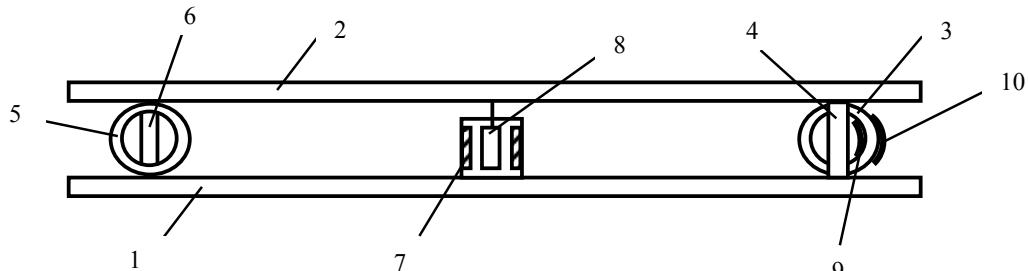


Bild 2. Seitenansicht der Schwingungsplattform mit elektromagnetischem Aktuator und Federringen

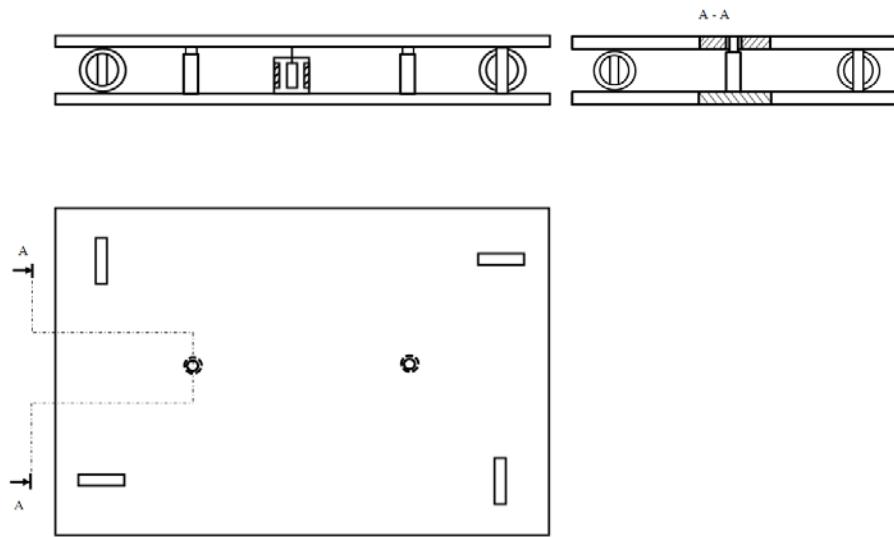


Bild 3. Schwingungsplattform mit Federringen, elektromagnetischem Aktuator und Stoppvorrichung

Die Schwingungsplattform mit elektromagnetischem Antrieb besteht aus einer oberen Platte 1m, einer unteren Platte 2, den Federringen 3, 4, 5, 6 mit einer zueinander senkrechten Positionierung. Die obere Platte wird von einem elektromagnetischen Aktuator in Schwingungsbewegung gebracht, wobei die feste Spule 7 an einer der Platten und der bewegliche Kern 8 an der anderen Platte befestigt sind, so dass wenn eine Person auf die Plattform steigt, sein Gewicht von der Federkraft der Federringe übernommen, und die Schwingungsfrequenz des Systems von zwei auf einem der Federringe aufgebrachten und als Halbbrücke montierten Widerstandsaufnehmern 9 und 10 bemessen wird. Das von dem Federring übernommenen Signal wird über den Verstärker 11 verstärkt und an die Spule 7 des elektromagnetischen Aktuators angebracht, was im Falle eines Gewichtes der behandelten Personen zwischen 50 kg und 130 kg zu Schwingungen im Resonanzbereich, mit Werten zwischen 25 und 50 Hz führt. In den weiteren Überlegungen wird mit einer durchschnittlichen Masse von 90 kg gearbeitet.

4. Überprüfung durch mehrere Methoden

Die Schwingungsplattform führt Schwingungen mit kleiner Amplitude aus, deshalb liegen die Beanspruchungen ebenfalls weit unter der Bruchspannung. Zu überprüfen sind die Federringe auf Biegung. Danach werden zwei weitere Methoden zur Simulation und Berechnung eingesetzt und es wird eine vergleichende Überprüfung durchgeführt.

4.1 Berechnung der Frequenz als Funktion des Radius, $f=f(R)$ und Versagensprüfung des Federringes

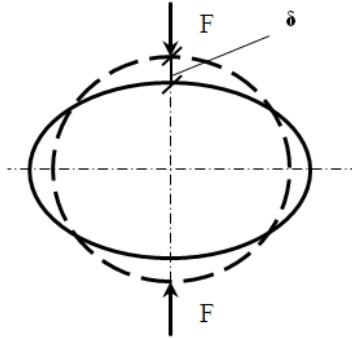


Bild. 3. Die Verformung der ringförmigen Feder

Gemäß [4] ist die vertikale statische Auslenkung $\Delta=2\delta$ für eine Federkraft F_{fed} und einer rechteckigen Querschnittsfläche mit Breite $b=20$ mm und Höhe $h=3$ mm:

$$\Delta = 2\delta = 0,149 \frac{F_{fed} R^3}{EI} = 0,149 \cdot 12 \frac{F_{fed} R^3}{E \cdot b \cdot h^3} = 1,788 \frac{F_{fed} R^3}{b \cdot h^3}. \quad (1)$$

Die Federkonstante k ist gemäß [4]:

$$k = \frac{F_{fed}}{\Delta} = \frac{1}{1,788} \cdot \frac{E \cdot b \cdot h^3}{R^3}, \quad (2)$$

bzw. die äquivalente Federkonstante der Federsystems mit 4 Federringen:

$$k_{\text{äq}} = \frac{4}{1,788} \cdot \frac{E \cdot b \cdot h^3}{R^3} = 2,24 \cdot \frac{E \cdot b \cdot h^3}{R^3}. \quad (3)$$

Die Eigenkreisfrequenz ω_0 bzw. die Frequenz f der Schwingungen des Systems in Abhängigkeit von der Gesamtmasse des Systems obige Platte+Person M_P und den Abmessungen $l_1 \times l_2 \times l_3 = 400 \times 380 \times 6$ mm und der Dichte $\rho = 7850$ kg/m³ der Platte sind:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_{\text{äq}}}{M_P}} = \sqrt{\frac{2,24 \cdot E \cdot b \cdot h^3}{(l_1 \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \rho + \frac{G}{g}) \cdot R^3}} = \sqrt{\frac{2,24 \cdot E \cdot b \cdot h^3}{(l_1 \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \rho + \frac{G}{g}) \cdot R^3}}; \quad (4)$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2,24 \cdot E \cdot b \cdot h^3}{(l_1 \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \rho + \frac{G}{g}) \cdot R^3}} = 0,24 \sqrt{\frac{E \cdot b \cdot h^3}{(l_1 \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \rho + \frac{G}{g}) \cdot R^3}}; \quad (5)$$

wobei $g=9,81$ m/s² die Erdbeschleunigung und $E=2,1 \cdot 10^5$ N/mm² = $2,1 \cdot 10^{11}$ N/m² den Elastizitätsmodul für S235JR (Stahl 37 – St 37 ist die ältere Bezeichnung) darstellen.

Demnächst berechnet man die Abhängigkeit der Schwingungsfrequenz in Funktion von dem Radius des Federringes, $f = f(R)$, und stellt den Zusammenhang im Bild 4 dar.

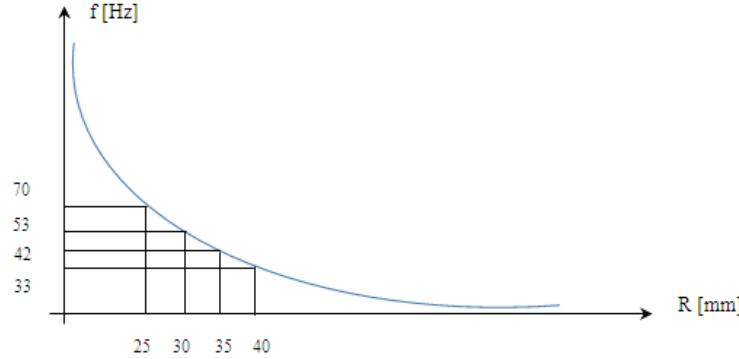


Bild. 4. Die Frequenz als Funktion des Radius des Federringes

Auf Grund weiterer konstruktiver Überlegungen (Kompaktheit, Verbindungseinfachheit, niedrige Kosten), wird ein Radius von $R=35\text{mm}$ für die Federringe ausgelegt.

Der Federring ist einer zusammengesetzten Belastung ausgesetzt. Das Modell ist das eines kreisförmigen Bogenträgers mit rechteckigem Querschnitt. Im Angriffspunkt der Kraft erscheinen eine Biegung und ein Schub. Jedoch, da die Schubspannung gering im Bezug zur Spannungsgrenze ist, überprüft man den Federring nur auf Biegung.

Falls sich eine Person korrekt, mitten im Massenzentrum der Platten stellt, beträgt die Spannung, gemäß [5]:

$$\sigma = \frac{F_{fed\ med}}{A} + \frac{M}{W} = \frac{F_{fed\ med}}{A} + \frac{F_{fed\ med} R \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\sin\varphi}{2} \right)}{\frac{bh^3}{6}} = 234 \text{ MPa} < \sigma_r = 330 \text{ MPa} . \quad (6)$$

Im Angriffspunkt des Teilgewichtes (wo sich der Federring und die obere Platte zusammenfügen) ist $\sin\varphi = 0$ ($F_{fed\ med}$ ist die mittlere Federkraft, M das Biegemoment und W das Widerstandsmoment)

Andernfalls, wenn sich eine Person genau über einem der Federringe positioniert, dann wirkt sie mit dem gesamten Gewicht F_{med} ein und gemäß [5] ist die Spannung:

$$\sigma_{max} = \frac{F_{med}}{A} + \frac{M}{W} = \frac{F_{med}}{A} + \frac{F_{med} R \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\sin\varphi}{2} \right)}{\frac{bh^3}{6}} = 350 \text{ MPa} > \sigma_r = 330 \text{ MPa}; \quad (7)$$

bzw. die maximale Auslenkung

$$\Delta_{max} = 0,149 \frac{F_{fed\ med} R^3}{EI} = 0,149 \cdot \frac{226 \cdot 35^3}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 45} = 0,57 \text{ mm} = 0,57 \cdot 10^{-3} \text{ m}; \quad (8)$$

und demzufolge

$$k_{fed} = \frac{F_{med}}{\Delta} = \frac{903}{0,57 \cdot 10^{-3}} = 1,58 \cdot 10^6 \text{ N/m}. \quad (9)$$

Umso mehr, sollte eine Person genau über einem der Federringe vertikal springen, ist dieser auf Stoß mithilfe eines dynamischen Koeffizienten Ψ gemäß [4] berechnet werden (h ist die Sprunghöhe):

$$\Psi = \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{max}}} = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100}{0,57}} = 19. \quad (10)$$

Nun wird aus (7) und (8) die entsprechende Spannung ausgerechnet und gemäß [5] mit der Spannungsgrenze verglichen:

$$\sigma_{d\ max} = \Psi \cdot \sigma_{max} = 19 \cdot 234 \text{ MPa} = 4446 \text{ MPa} \gg \sigma_r. \quad (11)$$

Die klassischen Berechnungen der Festigkeitslehre dienen dazu, um festzustellen, dass bei unangemessener Verwendung (Rand- oder Ecksprung) eine Stoßbeanspruchung entsteht und für eine allgemeine bessere Zentrierung des aus Platte und den vier Federringen bestehenden Systems die Notwendigkeit eines zusätzlichen Elementes: einer Stoppvorrichtung besteht.

Demnächst setzt man zwei rechnergestützte Methoden ein und somit kann man die vorhin angewandten vereinfachenden Annahmen auf Richtigkeit überprüfen.

4.2 Berechnungsbeispiel der Federringsystems mit ANSYS

Demnächst erfolgt eine Simulation des Verhaltens des Federrings mit ANSYS die Analyse der Spannungen und Verformungen. Da werden mehrere Lastfälle für verschiedene Abmessungen der Federringe und für verschiedene Materiale für die Platte untersucht. Im vorliegenden Artikel wird nur die beste Lösung präsentiert und dazu noch die gefährlichste mit dem exzentrischen Sprung analysiert. Ebenfalls wird das Verhalten der Stoppvorrichtung untersucht, welche vorwiegend eine Sicherheits- und Schutzfunktion des Federringsystems aufweist. Als Arbeitsvoraussetzung wird angenommen, dass der Radius (der Durchmesser) des Federringes die Frequenz beeinflusst, das Material der Plattform hingegen nicht. Diese Voraussetzung wird nun untersucht. Aus der Simulation für $R=35$ mm stellt man fest, dass die Verformung der Platte viel größer ist, als das Spiel zwischen der Platte und der Stoppvorrichtung (welche bei Normalbetrieb gar nicht einwirkt und deshalb in die ursprüngliche Meshbildung, erstmal gar nicht aufgenommen wird). Bei Einwirkung der Kraft im Massenzentrum wird die Stoppvorrichtung vernachlässigt.

Für eine (zentrisch) im Massenzentrum der oberen Platte angebrachte Kraft ergibt sich eine Gesamtverformung des Federrings von 0,14 mm (für die anderen Lastfälle siehe *Tabelle 2*) und eine maximale Gesamtverformung der oberen Platte von 0,47 mm. Wichtig ist der Wert der Eigenfrequenz, in der Nähe der Resonanz, die jedoch im Intervall 25-50Hz bleibt. Aus Gewichtsgründen wurden die Plattenmateriale Stahl 37 und Aluminiumlegierung (Duraluminium) untersucht.

Immerhin verhält sich die Stahlplatte besser in Bezug auf die gestellten technischen Annahmen.

Tabelle 2
Übersicht der Versuche für die Bestimmung der dimensionalen Bestimmungselemente des Federrings (Federmaterial C45/OLC45) [5]

Mittelwerte der Bestimmungselemente	Δ [mm]	k_{aq} [N/m]	ω [rad/s]	f [Hz]
Plattenmaterial :				
S235JR (St37) und Federringradius: R=25mm	0,05	$16,8 \cdot 10^6$	441	70,22
S235JR, R=30mm	0,09	$9,5 \cdot 10^6$	332	52,86
S235JR, R=35 mm	0,14	$6 \cdot 10^6$	266	42
S235JR, R=40 mm	0,21	$4 \cdot 10^6$	217	33
2017AlCuMg1, R=25mm	0,16	$5,23 \cdot 10^6$	248	39,5
2017AlCuMg1, R=30mm	0,089	$9,4 \cdot 10^6$	191	31
2017AlCuMg1, R=35mm	0,14	$5,97 \cdot 10^6$	235	27
2017AlCuMg1, R=40mm	0,2	$4 \cdot 10^6$	217	33

Die ausgewählten Bilder zeigen die statischen Verformungen des Federringsystems aus C45 und der oberen Platte aus Stahl 37 für den Wert des Radius R=35mm und der zentrischen Belastung.

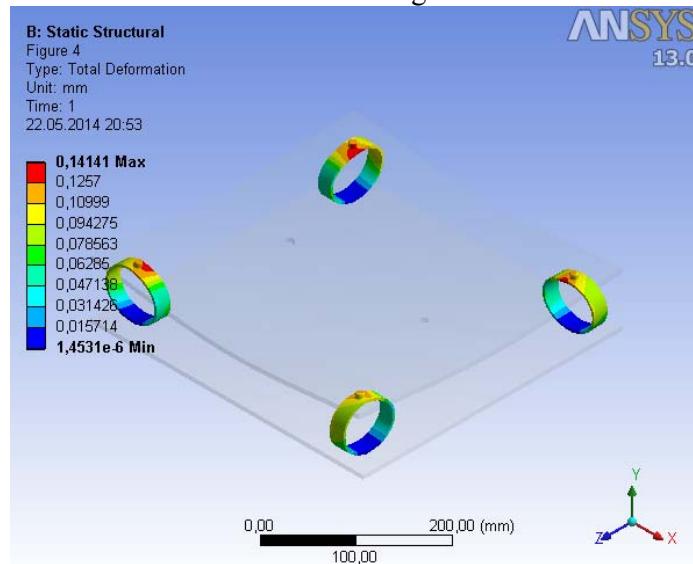


Bild. 5. Gesamtverformung des Federrings für R=35mm und zentrische Belastung

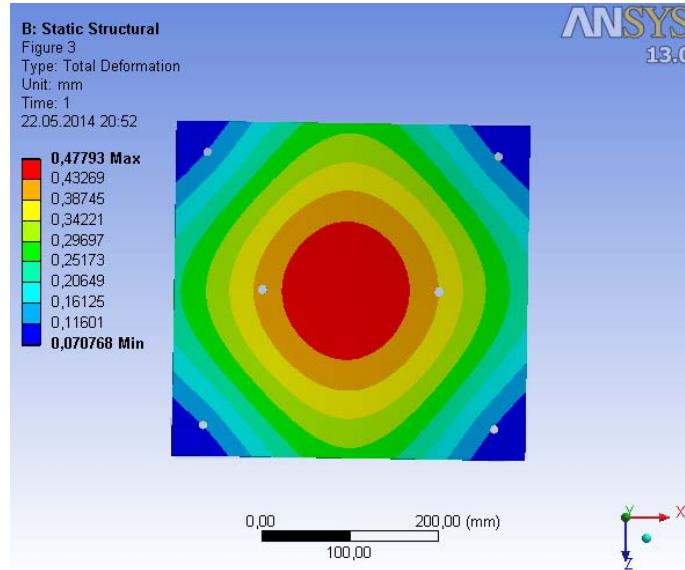


Bild. 6. Gesamtverformung der oberen Platte für R=35mm und zentrische Belastung

Die vier grauen Punkte sind die Einspannungspunkte des Federringe und die zwei in der Nähe des Massenzentrums der Platte sind die beiden Stützpunkte der Stoppvorrichtung.

Ähnlich werden die Gesamtverformungen des Federringes und der oberen Platte bei Anbringung der Last direkt über einem der Federringe, sowie auch die Verformung der Platte (die im vorliegenden Artikel aus Platzmangel nicht mehr dargestellt wurden) bestimmt und diese Werte betragen: $\Delta = 0,6$ mm (die Verformung des Federrings) und die Verformung der Platte beträgt 0,41mm.

4.3 Modellierung der Schwingungsplatte und Berechnung der Frequenz mit MATLAB

Da die obigen Berechnungen die Verhaltensweise des Systems durch Methoden der Statik beschreiben, wird nachstehend die dynamische mechanische Modellierung der Plattform und die Lösung der Differenzialgleichung mittels eines Berechnungsmodells durch die Anwendung MATLAB durchgeführt, um die für eine angemessene Funktionsweise der Plattform nach medizinischen Anforderungen wichtigen Frequenzwerte durch eine andere Methode zu überprüfen.

Gegeben sei gemäß [8] die Bewegungsgleichung für das erste Modell:

$$m\ddot{y} + c_{\dot{a}q}\dot{y} + k_{\dot{a}q}y = c_{\dot{a}q}\dot{v} + k_{\dot{a}q}v = (i\omega \cdot c_{\dot{a}q} + k_{\dot{a}q})v_0 e^{i\Omega t}, \quad (12)$$

die partikuläre Lösung ist

$$y_p = v_0 V e^{i\Omega \cdot t}, \quad (13)$$

und die Vergrößerungsfunktion ist

$$V = \frac{1 + i \cdot 2D\eta}{1 - \eta^2 + i \cdot 2D\eta}, \quad (14)$$

mit dem Betrag

$$|V| = \frac{1}{1 - \eta^2} \sqrt{\frac{1 + 4D^2\eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}, \quad (15)$$

und dem Phasenwinkel

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2D\eta^2}{1 + \eta^2(4D^2 - 1)}, \quad (16)$$

wobei D den Dämpfungsgrad, η das Verhältnis der Kreisfrequenzen, c_{aq} die äquivalente Dämpfungskonstante und k_{aq} die äquivalente Federkonstante darstellen.

Gemäß den Quellen [6], [7] und [8], wird das im Bild 7 dargestellte Berechnungsmodell ohne Dämpfung angenommen. Die Plattform erhält eine harmonische Erregungsbewegung. Dabei werden die vertikalen von dem Elektromagneten übertragenen Schwingungen analysiert.

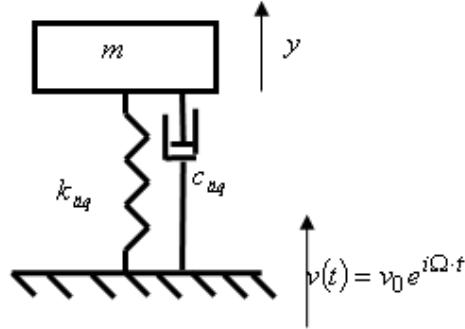


Bild 7. Mechanisches Modell der Schwingungsplattform

In diesem Fall hat die Vergrößerungsfunktion folgende Form:

$$V = \frac{1}{1 - \eta^2}, \quad (17)$$

wobei das Verhältnis der Kreisfrequenzen η wie folgt ausgerechnet wird:

$$\eta = \frac{\Omega}{\omega} = \Omega \sqrt{\frac{m}{k_{\text{aq}}}}, \quad (18)$$

und $\omega = \sqrt{\frac{k_{\ddot{a}q}}{m}}$ ist die Eigenkreisfrequenz des Systems, Ω die Erregerkreisfrequenz für eine Erregerschwingung $F=F_0 \cos \Omega t$

Für die Werte $m = 90 \text{ kg}$; $k_{\ddot{a}q} = 6 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ beträgt die Eigenkreisfrequenz $\omega = 265 \text{ s}^{-1}$, somit können Erregerkreisfrequenz $\Omega = 11 \text{ s}^{-1}$ und $\eta = 22$, beziehungsweise die Vergrößerungsfunktion $V = -0,00207$ berechnet werden. Unter diesen Bedingungen beträgt die partikuläre Lösung:

$$y_p = v_0 V e^{i\Omega t} = 0,021 \text{ mm} \quad (19)$$

Wenn auch eine Dämpfung $c_{\ddot{a}q} = 3000 \text{ kg/s}$ berücksichtigt wird, erhält man gemäß der Formel (15), und $D = \frac{c_{\ddot{a}q}}{2\sqrt{mk_{\ddot{a}q}}} = 0,3$ eine Vergrößerungsfunktion $V = -0,027$.

Hiermit, hat die partikuläre Lösung den Wert:

$$y_p = v_0 V e^{i\Omega t} = 0,27 \text{ mm} \quad (20)$$

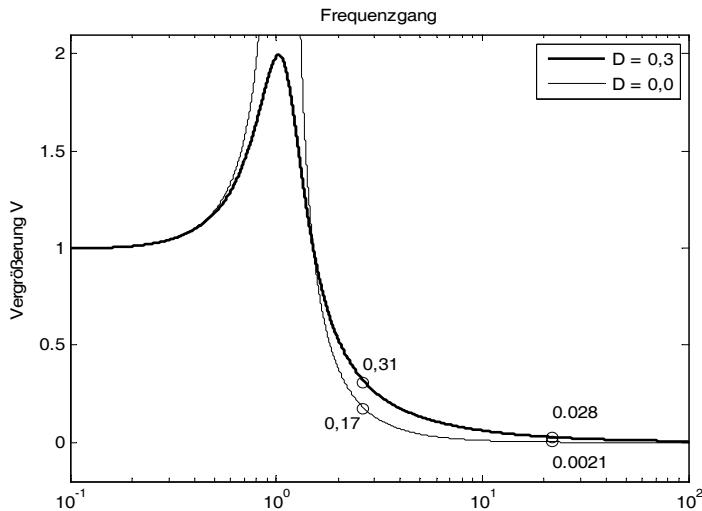


Bild 8. Die in MATLAB dargestellten Ergebnisse der Vergrößerung in Funktion von dem Frequenzgang

Die allgemeine Lösung $y=0,17 \text{ mm}$ (im Vergleich zu $0,14 \text{ mm}$ ohne Dämpfung) bzw. $y=0,31 \text{ mm}$ (im Vergleich zu $0,41 \text{ mm}$ mit Dämpfung) befindet sich in einer sehr guten Annäherung. Daher entspricht die dynamische Berechnungsmethode den durch die statische Methode erhaltenen Ergebnissen. Umso mehr die partikulären

Lösungen befinden sich in dem Stabilitätsbereich für die Auslenkungen, in Resonanznähe.

Das Berechnungsmodell ist dafür entwickelt worden, um die Vergrößerungsfunktion zu definieren und deren Einfluss auf den Schwingungsprozess mit oder ohne Dämpfungskoeffizient zu beschreiben. Hiermit wird festgestellt, dass im Falle einer ungedämpften Bewegung die Vergrößerungsfunktion über alle Grenzen hin wächst und je nach dem Betrag der Dämpfung und der Eigenkreisfrequenz ω auf bestimmte Höchstwerte beschränkt ist. Die Lösung dieser Aufgabe hat durch komplexe Darstellung (in \mathbb{C}) erfolgt, unter Annahme einer harmonischen Erregerschwingung der Form $F=F_0 \cos \Omega t$.

Man stellt fest, dass das Verhalten des schwingenden Systems im Einklang mit den Ergebnissen in der einschlägigen Literatur verläuft.

6. Schlussfolgerungen

Der vorliegende Artikel untersucht das Verhalten des elektrodynamischen Systems bestehend aus einer Schwingungsplattform mit elektromagnetischem Aktuator und vier Federringen unter statischen und dynamischen Gesichtspunkten. Diese Konstruktionsform soll die Nachteile der bisherigen konstruktiven Lösungen bezüglich Geräusche und Energieverbrauch beheben. Da die Schwingungsamplitude gering ist, entstehen nur kleine Unterschiede bei den Ergebnissen der Auslenkungen im Falle der dynamischen Modelle im Vergleich zu den statischen, mit einer guten Stabilität. Untersucht wird der Fall einer aus Stahl gebauten Oberplatte und eines Radius der Federringe $R=35\text{mm}$, welche ausschließlich vertikalen Schwingungen ausgesetzt ist. Diese Abmessungen erfüllen die Bedingungen bezüglich der Frequenzbeträge im Intervall 25-50 Hz und der Kompaktheit der Struktur. Das System schwingt in Resonanznähe, um den Energieverbrauch im Vergleich zu den anderen beiden konstruktiven Lösungen zu beträchtlich zu reduzieren. Zwischen den analytischen Berechnungen und der ANSYS-Simulation gibt es keine beträchtlichen Unterschiede. Im Falle der MATLAB-Simulation entsteht eine kleine Differenz der Auslenkung, wegen der dynamischen Effekte, jedoch weisen diese geringe Abweichungen auf.

QUELEN

- [1]. *A. Vasile, E.L.Trifan, C.Bucsan und C. Micu*, “Electro-Magnetic Actuated Vibrating Platform”, in IEEE 2013, Oct 2013, pp. 241-244
- [2]. *C. Micu, C. Bucsan,L.Bogatu, S. Kostrakievici*, Brevet de inventie Nr. RO125205 B1, BOPI nr. 6/2011 (Patent)
- [3]. *L. Trifan, C.Bucsan, C.Micu*, Cerere brevet de inventie (Patent application) A-2013-1008, 2013.
- [4]. *M. Radeş*, Rezistența materialelor, (Strength of Materials) **vol. 2**, Editura Printech, București, 2007, pp.49-50.

- [5]. *P. Tripa, M. Hlușcu*, Rezistența Materialelor, Noțiuni fundamentale și aplicații, (Strength of Materials, Fundamentals and Applications), Ed. Mirton, Timișoara, 2007, pp. 205. (in Romanian)
- [6]. *Deciu, E., Dragomirescu, C.*, Maschinendynamik, Ed. Printech, București, 2001
- [7]. *Howard B. Wilson, Louis Turcott, David Halpern*, Advanced Mathematics and Mechanics Applications Using MATLAB, Chapman and Hall/CRC Press, 3.Auflage, 2002, pp. 208ff.
- [8]. *Stefan Vöth*, Dynamik schwingungsfähiger Systeme, Von der Modellbildung bis zur Betriebsfestigkeitsrechnung mit MATLAB/SIMULINK, Vieweg-Teubner Verlag, Wiesbaden, 2006, pp. 28-78.
- [9]. *C. Dragomirescu, A. Craișleanu*, Aspects Regarding The Study Of A Vibratory Device, Which Acts A Medical Apparatus, The Annals of Dunărea de Jos, University of Galati, Fascicle XIV, Mechanical Engineering, ISSN-1224-5615, 2013, pp. 5-10.