

DYNAMIQUE DU ROBOT SÉRIEL *TTR* POUR SOUDAGE CURVILIGNE

Șt. STAICU, Mădălina POPESCU, Cristina CREȚU*

Lucrarea prezentă analizează dinamica unui robot serial cu trei grade de libertate, utilizabil în procese tehnologice de sudare curbilinie. Mecanismul manipulatorului este constituit din trei elemente conectate succesiv prin două legături prismatice și o cuplă cinematică de rotație. Introducând trei repere legate de cele trei corpuri componente, se analizează mai întâi vitezele și accelerațiile caracteristice ale sistemului. Aplicând principiul puterilor virtuale, în continuare se stabilește modelul dinamic invers al robotului și se determină expresii și grafice pentru forțele și momentele celor trei sisteme active.

L'article présent fait une analyse de la dynamique du robot sériel à trois degrés de liberté, utilisable dans des opérations de soudage curviligne. Le mécanisme du manipulateur est constitué de trois éléments mis en connexion successivement par deux liaisons prismatiques et une articulation cylindrique. Introduisant trois repères liés aux trois corps composant le mécanisme, nous analysons d'abord les vitesses et les accélérations caractéristiques du système. Basé sur le principe des puissances virtuelles, on établit ensuite le modèle dynamique inverse et on détermine des expressions et des graphes pour les forces et les moments des trois actionneurs.

Dynamics of a three degrees of freedom serial robot, used in curvilinear welding technological tasks, is analysed in this paper. The manipulator mechanism comprise three links successively connected by two prismatic joints and a kinematical revolute joint. Introducing three frames attached to three bodies, we analyze first the characteristic velocities and accelerations of the system. Based on the principle of virtual powers, in that follows we establish an inverse dynamic model, determining some expressions and graphs for the forces and torques applied by the active systems.

Mots-clé: dynamique, matrice, robot sériel

* Prof.; Eng.; Eng.; Department of Mechanics, University "Politehnica" of Bucharest, ROMANIA

Introduction

Les robots sériels sont des chaînes cinématiques ouvertes constituées de plusieurs éléments mis en connexion par des liaisons prismatiques ou des couples cinématiques de rotation. L'élément fixé constitue *la base*, tandis que l'élément libre, sur lequel est installée la main mécanique, est dénommé *effecteur*. Le mouvement relatif de chacun des éléments du mécanisme peut être contrôlé par un actionneur tel que l'effecteur du robot pourra recevoir une position prescrite dans son espace de travail.

Dans le cadre du problème cinématique inverse, la position et le mouvement de l'effecteur sont supposés bien connus. Alors, les inconnues concernent la détermination des paramètres relatifs donnant la position des couples cinématiques. Les solutions bien déterminées des équations sont certainement obtenues dans le cas des manipulateurs à géométrie simple, comme par exemple dans le cas des robots munis de trois éléments entraînés en mouvement de rotation relative autour de trois axes concourants ou parallèles à une direction donnée.

L'établissement du modèle cinématique pour les robots sériels constitua le sujet de plusieurs travaux, mais récemment moins d'études ont cherché des solutions compactes dans l'aire de la dynamique de ces structures.

La précision des exécutions des tâches de l'outil dans les processus technologiques est l'essentiel, puisque le robot doit souvent opérer sur des objets assez fragiles où les erreurs pourraient mener aux dommages coûteux.

En utilisant un set de matrices pour la cinématique et pour le modèle dynamique, l'article présent essaye introduire une nouvelle approche, ayant pour but la diminution du nombre d'équations et des opérations de calcul.

1. Modèle cinématique du robot

Dans les opérations technologiques de soudage sont particulièrement utilisés les robots dont leur bras suit une trajectoire connue et exprimée analytiquement. En supposant certaines lois de mouvement de l'effecteur final, l'important c'est de déterminer les lois de variation par rapport au temps des variables des articulations et des forces et des moments actifs et de corriger en permanence la position et l'orientation de l'effecteur à l'aide des corrections effectuées dans les liaisons, lors des dérapages de la trajectoire admise.

Dans ce qui suit nous établissons d'abord le modèle matriciel d'analyse cinématique du mécanisme d'un robot utilisé dans des opérations de soudage curviligne.

Soit $O_0x_0y_0z_0 (T_0)$ un référentiel fixé par rapport auquel se déplace un robot sériel à trois degrés de liberté. Le manipulateur est composé de trois

éléments de dimensions connues. Le premier élément (1) est une barre coudée homogène de hauteur l_1 et de masse m_1 . Celle-ci et le référentiel $O_1x_1y_1z_1$ lié effectuent un mouvement de translation λ_{10} le long de l'axe O_1z_1 , sous l'action d'un système pneumatique demeurant dans le repère de base. L'élément (2) fixé sur le repère $O_2x_2y_2z_2$, ayant une longueur $O_2O_3 = l_2$ et une masse m_2 , est animé d'un mouvement relatif de translation donnée par le déplacement λ_{21} . Le bras $O_3G = l_3$ de l'effecteur de masse m_3 et moment d'inertie \hat{J}_3 et le repère $O_3x_3y_3z_3$ tournent d'un angle φ_{32} autour de l'axe horizontal O_3z_3 (fig.1). Ce mouvement désigne une oscillation permanente $\varphi_{32} = \varphi_{32}^* (1 - \cos 2\pi \nu t)$ entretenue par un moteur électrique de petite puissance. La loi de variation de la coordonnée φ_{32} est fournie par la condition de remplissage uniforme de la soudure curviligne par un balancement approprié de l'électrode. Dans le cas d'un soudage automatique, nous devons assurer seulement l'avancement de la tête de soudage le long de la trajectoire et négligerons le mouvement oscillatoire de l'électrode.

Dans les conditions d'un problème de cinématique directe, les déplacements λ_{10} , λ_{21} et l'angle φ_{32} sont pris pour paramètres donnant la position absolue de chaque élément du manipulateur.

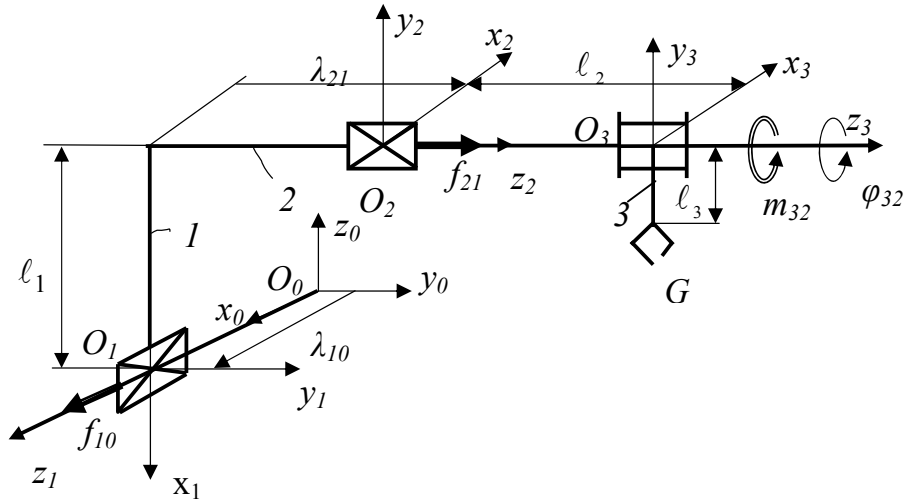


Fig. 1 Schéma cinématique du robot sériel

Les trois repères mobiles liés aux trois corps auront les matrices de passage suivantes

$$a_{10} = a_1, \quad a_{21} = a_1 a_2, \quad a_{32} = a_{32}^\varphi \quad (1)$$

avec les notations

$$a_1 = a_y^{\frac{\pi}{2}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad a_2 = a_z^{\frac{\pi}{2}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad a_{32}^\varphi = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{32} & \sin \varphi_{32} & 0 \\ -\sin \varphi_{32} & \cos \varphi_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Les vecteurs suivants expriment les coordonnées relatives des trois origines O_1, O_2, O_3 :

$$\vec{r}_{10} = \lambda_{10} a_{10}^T \vec{u}_3, \quad \vec{r}_{21} = -l_1 \vec{u}_1 + \lambda_{21} a_{21}^T \vec{u}_3, \quad \vec{r}_{32} = l_2 \vec{u}_3; \quad (3)$$

il résulte les vecteurs de position dans la base fixée $O_0 x_0 y_0 z_0$

$$\begin{aligned} \vec{r}_0^{O_1} &= \vec{r}_{10} \\ \vec{r}_0^{O_2} &= \vec{r}_{20} = \vec{r}_{10} + a_{10}^T \vec{r}_{21} \\ \vec{r}_0^{O_3} &= \vec{r}_{30} = \vec{r}_{20} + a_{10}^T a_{21}^T \vec{r}_{32}. \end{aligned} \quad (4)$$

Dans les relations (5) on retrouve les matrices colonnes associées aux verseurs orthogonaux $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ et la matrice antisymétrique \tilde{u}_3 associée au vecteur \vec{u}_3 :

$$\vec{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{u}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{u}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Les positions absolues de l'extrémité G et du centre de masse C de l'effecteur sont données par les vecteurs

$$\vec{r}_0^G = \vec{r}_{10} + a_{10}^T a_{21}^T a_{32}^T \vec{r}_3^G, \quad \vec{r}_3^G = [0 \quad -l_3 \quad 0]^T, \quad \vec{r}_3^C = \frac{1}{2} \vec{r}_3^G \quad (6)$$

et les matrices carrées suivantes

$$a_{20} = a_{21} a_{10}, \quad a_{30} = a_{32} a_{21} a_{10}. \quad (7)$$

À l'intérieur du problème cinématique inverse, nous supposons que la trajectoire décrite par le centre de l'articulation O_3 au cours d'un soudage curviligne est une demi-ellipse de demi-axes $r, 2r$ et d'équations paramétriques

$$x_{30} = r \sin \frac{2\pi}{T} t, \quad y_{30} = l_2 + 2r(1 - \cos \frac{2\pi}{T}), \quad z_{30} = l_1. \quad (8)$$

À partir des relations matricielles (4) et (6) nous obtenons immédiatement les paramètres de commande cinématique

$$\lambda_{10} = x_{30}, \quad \lambda_{21} = y_{30} - l_2 \quad (9)$$

et les coordonnées de l'extrémité de l'électrode

$$x_0^G = \lambda_{10} - l_3 \sin \varphi_{32}, \quad y_0^G = \lambda_{21} + l_2, \quad z_0^G = l_1 - l_3 \cos \varphi_{32}. \quad (10)$$

Les vitesses relatives des origines O_1, O_2, O_3

$$\dot{\vec{r}}_{10} = \dot{\lambda}_{10} \vec{a}_{10}^T \vec{u}_3, \quad \dot{\vec{r}}_{21} = \dot{\lambda}_{21} \vec{a}_{21}^T \vec{u}_3, \quad \dot{\vec{r}}_{32} = \vec{0}, \quad (11)$$

la vitesse angulaire $\vec{\omega}_{32} = \dot{\varphi}_{32} \vec{u}_3$ du bras (3) et sa matrice antisymétrique associée $\tilde{\omega}_{32} = \dot{\varphi}_{32} \tilde{u}_3$ peuvent caractériser complètement les mouvements relatifs des trois éléments du mécanisme. À ce moment nous pouvons calculer la vitesse angulaire absolue $\vec{\omega}_{30} = \dot{\varphi}_{32} \vec{u}_3$, l'accélération angulaire absolue $\vec{\varepsilon}_{30} = \ddot{\varphi}_{32} \vec{u}_3$, les vitesses

$$\vec{v}_{10} = \dot{\lambda}_{10} \vec{u}_3, \quad \vec{v}_{20} = a_{21} \vec{v}_{10} + \dot{\lambda}_{21} \vec{u}_3, \quad \vec{v}_{30} = a_{32} \vec{v}_{20} \quad (12)$$

et les accélérations absolues des origines des référentiels mobiles

$$\vec{\gamma}_{10} = \ddot{\lambda}_{10} \vec{u}_3, \quad \vec{\gamma}_{20} = a_{21} \vec{\gamma}_{10} + \ddot{\lambda}_{21} \vec{u}_3, \quad \vec{\gamma}_{30} = a_{32} \vec{\gamma}_{20}. \quad (13)$$

La vitesse \vec{v}_G et l'accélération $\vec{\gamma}_G$ de l'extrémité G ont pour expressions matricielles

$$\begin{aligned} \vec{v}_G &= \vec{v}_{30} + \dot{\varphi}_{32} \tilde{u}_3 \vec{r}_3^G \\ \vec{\gamma}_G &= \vec{\gamma}_{30} + (\ddot{\varphi}_{32} \tilde{u}_3 + \dot{\varphi}_{32}^2 \tilde{u}_{32}^2) \vec{r}_3^G. \end{aligned} \quad (14)$$

Les variations différentielles de la position et de l'orientation finale d'un robot sériel sont déterminées par les modifications des variables des couples cinématiques. La relation entre le déplacement élémentaire de l'effecteur final du robot et les déplacements enregistrés par les variables cinématiques est donnée par le modèle cinématique du mécanisme.

L'expression de ce modèle suppose une détermination préalable de la matrice de Jacobi $[J]$ du robot en fonction des paramètres géométriques et des variables cinématiques indépendantes. Le Jacobian d'un manipulateur est une composante critique à la génération des trajectoires dans l'espace géométrique de travail de l'effecteur.

Les expressions établies pour la vitesse \vec{v}_G et la vitesse angulaire $\vec{\omega}_{30}$ seront concentrées sous une forme matricielle *réduite*

$$\begin{bmatrix} \vec{v}_G \\ \omega_{30} \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{10} \\ \dot{\lambda}_{21} \\ 0 \\ \dot{\phi}_{32} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

La matrice carrée non-singulière

$$[J] = \begin{bmatrix} -\cos \varphi_{32} & 0 & 0 & l_3 \\ \sin \varphi_{32} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \det[J] = -l_3 \sin \varphi_{32} \quad (16)$$

représente justement le Jacobian du robot.

Si l'on exprime les deux vitesses caractéristiques \vec{v}_G et $\vec{\omega}_{30}$ de l'effecteur par projections sur les axes du repère fixé $O_0x_0y_0z_0$:

$$\dot{\vec{r}}_0^G = a_{10}^T \vec{v}_G, \quad \vec{\omega}_0 = a_{30}^T \vec{\omega}_{30}, \quad (17)$$

la relation précédente (15) prend la forme suivante

$$\begin{bmatrix} \dot{\vec{r}}_0^G \\ \omega_0 \end{bmatrix} = [J^\bullet] \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{10} \\ \dot{\lambda}_{21} \\ 0 \\ \dot{\phi}_{32} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

La matrice

$$[J^\bullet] = \begin{bmatrix} a_{30}^T & 0 \\ 0 & a_{30}^T \end{bmatrix} [J] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -l_3 \cos \varphi_{32} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_3 \sin \varphi_{32} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \det[J^\bullet] = -l_3 \sin \varphi_{32} \quad (19)$$

désigne un deuxième Jacobian du même mécanisme sériel.

2. Simulation dynamique

En connaissant la position, la vitesse et l'accélération de chaque liaison ainsi que les forces et les moments exercées sur chaque élément du robot, il est possible calculer les forces requises aux systèmes moteurs, afin d'effectuer un mouvement prescrit. Pour obtenir ces forces ou moments, trois différentes

méthodes mènent aux même résultats : une première méthode utilise l'approche classique de Newton-Euler, une seconde applique le formalisme des équations et des multiplicateurs de Lagrange et une troisième est basée sur le principe des travaux virtuels.

Dans le cadre du problème inverse de dynamique, on poursuit dans cet article le calcul des forces motrices et des couples moteurs au cours de l'évolution du robot par la méthode des puissances virtuelles. Les translations des premiers deux éléments du robot sont soumises au contrôle de deux systèmes pneumatiques indépendants délivrant les forces $\vec{f}_{10} = f_{10}\vec{u}_3$, $\vec{f}_{21} = f_{21}\vec{u}_3$ dirigées suivant les axes O_1z_1 et O_2z_2 (fig.1). Le moment $\vec{m}_{32} = m_{32}\vec{u}_3$ du couple appliqué au bras oscillant O_3G agit le long de l'axe horizontal O_3z_3 .

L'intervention des poids m_1g , m_2g , m_3g des trois corps, appliqués en les points O_1 , O_2 et en le centre C de l'effecteur, est exprimée en fonction de la géométrie du mécanisme et sera évaluée par le torseur de ces actions, calculé successivement en O_1 , O_2 , O_3 .

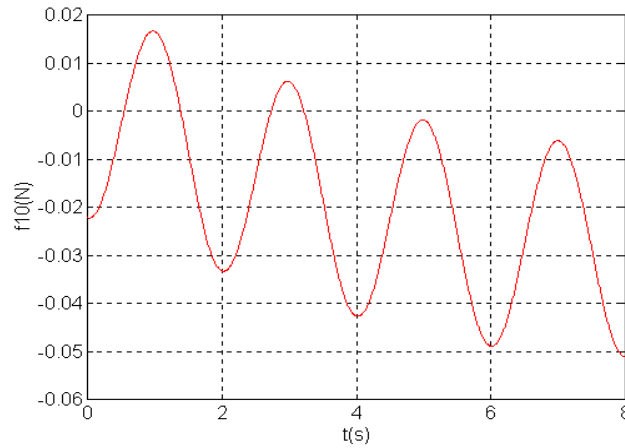
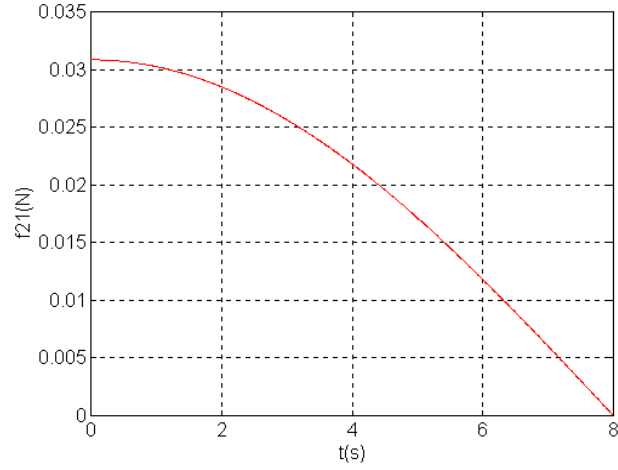
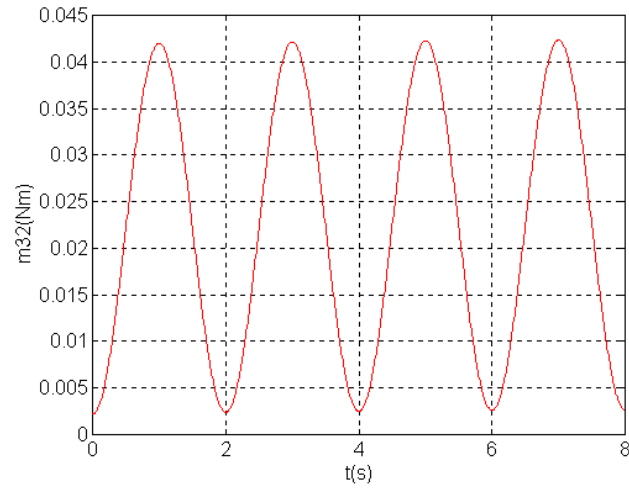


Fig. 2 Force f_{10} du premier actionneur

Conformément à la méthode des vitesses virtuelles, la condition d'équilibre dynamique du mécanisme est celle que la puissance virtuelle, développée au cours d'un déplacement virtuel par les forces extérieures, les forces intérieures et les forces d'inertie, doit être égale à zéro. En appliquant dans le cas du robot à trois degrés de liberté les équations de la dynamique des robots sériels [7], nous aurons les relations matricielles suivantes, donnant les forces actives f_{10} , f_{21} et le moment actif m_{32} :

$$\begin{aligned}
f_{10} &= \vec{u}_3 \{ \vec{F}_{10} + a_{21}^T \vec{F}_{20} + a_{21}^T a_{32}^T \vec{F}_{30} \} \\
f_{21} &= \vec{u}_3 \{ \vec{F}_{20} + a_{32}^T \vec{F}_{30} \} \\
m_{32} &= \vec{u}_3 \vec{M}_{30}
\end{aligned} \tag{20}$$

Fig. 3 Force f_{21} du second actionneurFig. 4 Moment m_{32} du troisième actionneur

avec les notations

$$\begin{aligned}
 \vec{F}_{10} &= m_1 \vec{\gamma}_{10} - m_1 g \vec{u}_1 \\
 \vec{F}_{20} &= m_2 \vec{\gamma}_{20} + m_2 g \vec{u}_2 \\
 \vec{F}_{30} &= m_3 \vec{\gamma}_{30} + m_3 (\tilde{\omega}_{30}^2 + \tilde{\varepsilon}_{30}) \vec{r}_3^C + m_3 g a_{32} a_{21} a_{10} \vec{u}_3 \\
 \vec{M}_{30} &= m_3 \tilde{r}_3^C \vec{\gamma}_{30} + \hat{J}_3 \vec{\varepsilon}_{30} + \tilde{\omega}_{30} \hat{J}_3 \vec{\omega}_{30} + m_3 g \tilde{r}_3^C a_{32} a_{21} a_{10} \vec{u}_3 .
 \end{aligned} \tag{21}$$

À titre d'application, nous considérons un robot sériel ayant les caractéristiques suivantes :

$$l_1 = 1 \text{ m}, l_2 = 0.1 \text{ m}, l_3 = 0.15 \text{ m}, r = 0.1 \text{ m}$$

$$m_1 = 3.5 \text{ kg}, m_2 = 2.5 \text{ kg}, m_3 = 1.5 \text{ kg}, J_3 = \frac{1}{3} m_3 l_3^2$$

$$T = 32 \text{ s}, \nu = 0.5 \text{ s}^{-1}, \dot{\varphi}_{32} = 0.02 .$$

En considérant une opération technologique de soudage le long d'un quart d'ellipse d'équations paramétriques (8), les graphes reproduisent les forces actives f_{10} (fig. 2), f_{21} (fig. 3) et le moment du couple actif m_{32} (fig. 4) des trois actionneurs.

Conclusions

1°. Dans le cadre de l'analyse cinématique inverse, des relations exactes pour les vitesses et les accélérations de chacun des éléments du robot sériel ont été obtenues.

2°. Basée sur le principe des travaux virtuels, l'approche actuelle établit une détermination récursive de la variation en temps réel des forces actives et du moment du couple actif. Les relations (20) et (21) se constituent en modèle théorique de la simulation dynamique et peuvent facilement être transformées en modèle pour la commande automatique du robot sériel analysé.

BIBLIOGRAPHIE

1. Angeles, J., Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods and Algorithms, Springer-Verlag, New York, 1997.
2. Clavel, R., Delta: a fast robot with parallel geometry, Proceedings of 18th International Symposium on Industrial Robots, Lausanne, 1988.
3. Coiffet, P., La robotique. Principes et applications, Hermès, 1992.

4. *Hervé, J-M., Sparacino, F.*, Star. A New Concept in Robotics, Proceedings of the Third International Workshop on Advances in Robot Kinematics, Ferrara, 1992.
5. *Merlet, J-P.*, Parallel robots, Kluwer Academic Publishers, 2000.
6. *Staicu, S.*, Mecanica teoretica, Edit. Didactica & Pedagogica, Bucharest, 1998.
7. *Staicu, S.*, Modèle dynamique en robotique, Scientific Bulletin, Series D, Mechanical Engineering, University „Politehnica” of Bucharest, 61, 1999.
8. *Staicu, S., Carp-Ciocardia, D.C.*, Dynamic analysis of Clavel's Delta parallel robot, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics & Automation ICRA'03, Taipei, Taiwan, 2003.
9. *Staicu, S.*, Planetary Gear Train for Robotics, Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics ICM/HIMA'05, Taipei, Taiwan; 2005.
10. *Staicu, S., Zhang, D., Rugescu, R.*, Dynamic modelling of a 3-DOF parallel manipulator using recursive matrix relations, Robotica, Cambridge University Press, 24, 1, 2006.
11. *Stewart, D.*, A Platform with Six Degrees of Freedom, Proc. Inst. Mech. Eng., 1, 15, 180, 1965.
12. *Tsai, L-W.*, Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators, John Wiley & Sons, Inc., 1999.